PODPORA PROFESNÍHO ROZVOJE UČITELŮ V POČÁTEČNÍM VZDĚLÁVÁNÍ

Klíčová aktivita 01
Příprava budoucích lektorů pro další vzdělávání pedagogických pracovníků

DIFERENCIACE V PRIMÁRNÍM A PREPRIMÁRNÍM VZDĚLÁVÁNÍ A ROZVOJ MATEMATICKÉHO MYŠLENÍ

Mgr. Dagmar Malinová, Ph.D.
prof. RNDr. Jan Melichar, CSc.

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
UNIVERZITA J. E. PURKYNĚ V ÚSTÍ NAD LABEM
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Podpora rozvoje učitelů v počátečním vzdělávání | CZ1.07/1.3.00/48.0133

Obsah

1 Úvod

Vštípena je člověku také touha po vědění, a k práci nejen odhodlanost, nýbrž i touha po ní. To se objevuje hned na počátku dětského věku a provází nás po celý život. Neboť kdo netouží vždy něco nového slyšet, vidět a něčím novým se zabývat? (J. A. Komenský, 1948, s. 51)

Dítě a touha po poznání

Děti přicházejí do školy s přirozenou touhou poznávat. Dobrý pedagog přemýšlí o tom, jak této přirozené potřebě vyjít vstříc, jak napomoci všestrannému rozvoji dítěte a nezničit touhu po poznání školní rutinou či nevhodnými vzdělávacími zásahy.

Obsah

Cíle

Po prostudování této kapitoly a doporučené literatury dokážete:

- vysvětlit pojem individualizace a diferenciace v pedagogickém kontextu,
- vysvětlit, proč je problematika uplatňování diferenciace aktuálním tématem ve vzdělávání,
- vyjmenovat a stručně vysvětlit různé druhy diferenciace ve výuce,
- objasnit souvislost vnější diferenciace a nálepkování,
- stručně vysvětlit rozdíl mezi diferenciací tradičně pojatou a diferenciací přirozenou.

Časová náročnost 45 minut

Pojmy k zapamatování – důležité

Individualizace, heterogenní a homogenní skupina dětí, diferenciace; vnitřní a vnější diferenciace, přirozená diferenciace; nálepkování.

1.1 Individualizace a diferenciace ve škole

1.1.1 Individualizace

V současné době se proměňuje pojetí mateřské školy i základní školy. Nejde jen o vyvážení řízené a spontánní činnosti. Pedagogové si kladou otázku, jak při hromadné výuce žáků nebo při řízené činnosti dětí reflektovat známý fakt, že každé dítě je jiné, a děti, které se vzdělávají ve skupině společně, mají různé předpoklady pro učení i odlišné vzdělávací potřeby. Připravit individualizovanou a diferencovanou nabídku pro všechny děti ve třídě mateřské či základní školy může být velmi náročné. Pedagogové přirozeně obracejí pozornost k základní stavební jednotce edukační nabídky – k úloze, k jejím vlastnostem, k možnostem jejího efektivního využití.

Individualizační přístupy ve vzdělávání vycházejí z pojetí vzdělávání, v jehož centru pozornosti je dítě, v rámci reformních snah se tento pohled výrazně odráží v pedagogické praxi od přelomu 19. a 20. století. Potřeba *uzpůsobit vzdělávání různým schopnostem dětí* je zmiňována již Komenským ve Velké didaktice a pojí se i s reformními snahami významných českých pedagogů. Např. vzdělávací nabídku, jež reflektuje individuální vzdělávací potřeby žáka, se snažil prosadit Václav Příhoda v konceptu jednotné, vnitřně diferencované školy. Významná byla práce Stanislava Velínského. V minulých dekádách byly vytvářeny učebnice pro samoučení, které zahrnovaly i samokontrolu žáka. Programované učebnice (nebo části učebního textu) byly na vzestupu v 80. letech, zájem o ně záhy poklesl také díky rychle se rozvíjející výpočetní technice.

Aktuální individualizační snahy ve školství mají širší kontext a souvisejí s celkovou individualizací západní společnosti. Zájemcům o lepší pochopení historicko-psychologického rámce procesu individualizace doporučujeme knihu *Duše moderního člověka* C. G. Junga (1994). Programované učební texty lze najít v knize Matematika kolem nás Zdeňka Opavy (1989), kniha je mj. vhodná pro žáky s matematickým nadáním na 1. stupni základní školy.

Individualizační principy

Při promýšlení individualizace ve vzdělávání je třeba reflektovat individualizační principy:

- Princip zvládnutého učení,
- Princip kontinuálního pokroku v učení.

Princip zvládnutého učení vyjadřuje fakt, že každé dítě má možnost dosáhnout výukového cíle způsobem, který je nezávislý a odlišný od cest, kterými dosahují cíle ostatní děti.

Princip kontinuálního pokroku v učení chápeme tak, že každé dítě by mělo postupovat v plnění učebních požadavků, aby mohlo dosáhnout cílů, které je schopno dosáhnout v daných podmínkách (v daném čase, apod.). Při respektování tohoto principu by se nemělo stávat, že dítě neúčelně opakuje úlohy, které již zvládá. Také děti bystré a motivované by neměly ztrácet čas a dlouho čekat na děti, které potřebují více času, až budou moci přejít k obtížnějším úkolům, určeným pro pokročilé. (Kasíková et al., 2007)

Uveďte alespoň dvě běžná opatření, která v praxi realizujete v souladu s individualizačními principy. (Jak přizpůsobujete podmínky a) pro dítě, které je pomalejší nebo slabší než ostatní, b) velmi bystré dítě?)

1.1.2 Diferenciace

Termín diferenciace vznikl ze slova *diference*, které znamená rozdíl, odchylka, odlišnost, různost. Chápeme diferenciaci ve vzdělávání jako přístup, který reflektuje různost žáků a rozdílnost jejich vzdělávacích potřeb. Uplatňování diferenciace může mít mnoho podob, v pedagogické praxi je tento pojem chápán široce, v českých školách se dosud uplatňoval zejména přístup, kdy jsou vytvářeny stejnorodé (homogenní) skupiny dětí. Kritériem rozdělení je nejčastěji věk dítěte, ale mohou to být také zájmy, schopnosti, podávaný výkon.

Zamyslete se nad tím, zda jste se setkali ještě jako dítě se vzděláváním ve věkově heterogenní třídě, případně, zda víte v současné době o mateřské či základní škole, kde jsou děti rozděleny do věkově heterogenních tříd. Domníváte se, že roste zájem o vzdělávání v takovýchto třídách? Proč? Jaké benefity přináší vzdělávání ve věkově heterogenních skupinách?

Je diferenciace přínosná a žádoucí? Nebo s sebou nese rizika? V odborné literatuře i v pedagogické praxi se setkáváme s pojmy: vnější diferenciace, vnitřní diferenciace, diferenciace kvantitativní či kvalitativní, nově také - diferenciace přirozená.

Vnější diferenciace spočívá obvykle v organizačním přístupu, kdy jsou děti/žáci rozděleny/rozděleni do větších organizačních celků podle daného kritéria. (Např. při rozdělení dětí do škol podle zájmu - škola se sportovním nebo hudebním zaměřením, v rámci školy může jít o rozdělení dětí do tříd, např. třída pro žáky s intelektovým nadáním, sportovní třída, či třída s rozšířenou výukou jazyků nebo matematiky apod.)
Vnitřní diferenciace se (obvykle) vztahuje ke **vzdělávání ve třídě**. Vytváření skupin v rámci vzdělávání v jedné třídě. Skupiny mohou být různě početné, (činnost také může být individuální). Je důležité, aby z dlouhodobějšího hlediska byly skupiny prostupné, členění bylo flexibilní; pokud je jednou žák zařazen do některé skupiny (podle výkonu, podle zájmu), aby toto zařazení nebylo chápáno jako trvalé. Rovněž je třeba dbát na předcházení *nálepkování* dětí (viz poznámka níže).
Příkladem **diferenciace kvalitativní** je rozdělení žáků do skupin podle jejich zájmu, příkladem **kvantitativní diferenciace** je rozdělení žáků do skupin podle počtu bodů v textu nebo podle školní klasifikace.

Poznámka

Nálepkování (etiketizace). K nálepkování dítěte, k jeho „zařazení do škatulky“, k označování dítěte jistými přívlastky může docházet v rodinném i školním prostředí. Učitelé často své hodnocení formulují tak, že hodnotí osobu žáka (dítě) místo toho, aby se zaměřili na žákovu činnost, jeho výkony, chování nebo výsledky práce. Používají posuzující zpětnou vazbu namísto žádoucí popisné zpětné vazby. Např. řeknou dítěti „jsi šikovná“ místo „ta stavba z kostek je velmi nápaditá, líbí se mi, jak jsi zajímavě vyřešila střechu“. Dítě při učení nepotřebuje hodnocení své osoby, ale kvalitní zpětnou vazbu, která učení usměrňuje. K nálepkování může docházet také v souvislosti s diferenciací - při dělení dětí do tříd. Pak lze ve škole zaslechnout „To jsou naši ajnštájnci.“, „To jsou šikulky.“ „Sportovní třída? Ti jsou hrozní, vůbec nenosí úkoly.“

V současné době je v souvislosti s diferenciací diskutována řada otázek, zejména: Jak dosáhnout dostatečné flexibility vzdělávacího systému? Podle jakých učebních kritérií žáky seskupovat? Je diferenciace diskriminačním či elitářských opatřením?

Výše uvedená pojetí diferenciace odráží pohled pedagogů, který v soudobé odborné literatuře i praxi převažuje: **heterogenita skupiny dětí je ve vzdělávání vnímána jako problém**, ne jako přirozený aspekt vzdělávání nebo jako obohacující aspekt či příležitost k rozvoji. Diferenciace (vnější i vnitřní) je vztažena k organizačním formám, příp. výukovým metodám (srov. Kalhous, Obst, 2002). V tomto textu ale budeme věnovat pozornost zejména jinému pojetí diferenciace. V literatuře je označována jako **diferenciace přirozená** (Roubíček, Hošpesová, et al.; 2010). Pro přirozenou diferenciaci je typické, že všechny děti dostanou stejnou edukační nabídku, dokonce i „stejné" úlohy, které skýtají různé stupně obtížnosti.

Poznámka

K uplatňování přirozené diferenciace podle Roubíčka et al. (201) mohou výrazně napomoci tzv. podnětná výuková prostředí.
Matematické výukové prostředí. Žáci důvěrně znají tematický kontext, ve kterém jsou situovány úlohy z tohoto výukového prostředí. Soustředí se na matematický obsah, nerozptylují je neznámé věci (Hejný, 2014). *Podnětné* výukové prostředí je flexibilní, lze jej přizpůsobit aktuálním podmínkám v každé třídě, týká se důležitých matematických obsahů a je bohatým zdrojem matematických úloh (Roubíček et al., 2010). Existuje řada různých výukových prostředí; mezi aktuálně velmi známá prostředí v primárním vzdělávání v ČR patří např. prostředí *cesta autobusem, krokování, schody* z tzv. matematiky dle prof. Hejného.

Souhrn

Do života lidí v západní kultuře se výrazně promítá již řadu desetiletí probíhající proces individualizace. Vědomí důležitosti jedince, včetně jedince v dětském věku, ovlivnilo také vzdělávání. Od soudobého vzdělávání (v základní i mateřské škole) se očekává, že každý žák, každé dítě bude moci uplatnit své schopnosti. Každé dítě je jiné, což činí při hromadné výuce potíže.

Heterogenita skupiny dětí je ve vzdělávání dosud převážně vnímána jako problém, typy diferenciace výuky vycházejí z předpokladu, že ideálem je homogenní skupina. Diferenciace je často chápána jako organizační opatření, kdy jsou vytvářeny různě početné homogenní skupiny dětí a pro tyto skupiny učitel připravuje speciální vzdělávací nabídku. Inovativní *přirozená diferenciace* spočívá v tom, že všechny děti v heterogenní skupině dostávají stejné úlohy, úlohy však mají zajímavý potenciál - skrývají různé stupně obtížnosti. Mění se tak nejen pojetí práce dětí při vzdělávání, možnosti pro budování vztahů v dětské skupině, má to výrazný dopad na práci učitele.

Kontrolní otázky

- Vysvětlete pojem individualizace.
- Vyjmenujte dva hlavní individualizační principy.
- V čem spočívá princip zvládnutého učení? Objasněte také princip kontinuálního pokroku v učení.
- Vysvětlete pojem diferenciace.
- Proč je ve vzdělávání věnována velká pozornost diferenciaci?
- Stručně vysvětlete pojem vnější a vnitřní diferenciace.
- V čem se liší přirozená diferenciace od tradičně pojímané diferenciace? (Odpovězte stručně, více informací o přirozené diferenciaci získáte v následujících kapitolách.)
- Jaký je váš postoj k uplatňování diferenciace v předškolním a primárním vzdělávání? Pokud máte otázky k tématu uplatňování diferenciace ve vaší práci, poznamenejte si je.

Literatura

Doporučená literatura:

JUNG, Carl Gustav. *Duše moderního člověka*. Brno: Atlantis, 1994. ISBN 80-710-8087-X.

GOŠOVÁ, Věra. Diferenciace. RVP.CZ. *Wiki: Pedagogický lexikon* [online]. 2014 [cit. 2014-09-16]. Dostupné z: http://wiki.rvp.cz/Knihovna/1.Pedagogicky_lexikon

OPAVA, Zdeněk. *Matematika kolem nás*. Praha: Albatros, 1989. ISBN 13-781-89.

Použitá literatura:

HEJNÝ, Milan. Práce v prostředích: učíme se opakovanou návštěvou. H-MAT, o.p.s. *Hejného metoda* [online]. 2014 [cit. 2014-09-30]. Dostupné z: http://www.h-mat.cz/principy/prostredi

KOMENSKÝ, Jan Amos. *Didaktika velká*. 3. vyd. Brno: Komenium, 1948. ISBN 1863-254.

KASÍKOVÁ, Hana, Pavel DITTRICH a Josef VALENTA. Individualizace a diferenciace ve škole. In: VALIŠOVÁ, Alena a Hana KASÍKOVÁ. *Pedagogika pro učitele*. Praha: Grada, 2007, s. 153-164. ISBN 9788024717340.

KASPER, Tomáš a Dana KASPEROVÁ. *Dějiny pedagogiky*. Praha: Grada, 2008, 224 s. ISBN 978-802-4724-294.

ROUBÍČEK, Filip a Alena HOŠPESOVÁ. *Náměty pro přirozenou diferenciaci v matematice na 1. stupni základního vzdělávání: Podnětná prostředí v geometrii*. Rzeszów: Wydawnictwo Uniwersyteu Rzeszowskiego, 2010. ISBN 978-83-7338-581-8.

2 Řešení úlohy a emoce

Z večerních rozhovorů ve dvou rodinách, kde se rodiče zeptali svého dítěte:
„Co bylo dnes ve škole?“
- *„… těším se, co si na nás paní učitelka zase vymyslí.“*
- *„Nuda, nuda, n u d a! Musím zítra do školy? Nechci tam jít…“*

Obsah

Cíle

Po prostudování této kapitoly a doporučené literatury dokážete:

- Popsat hlavní problém hromadné výuky skupiny dětí (žáků) s odlišnými schopnostmi a vzdělávacími potřebami,
- vysvětlit základní myšlenky Vygotského teorie zóny nejbližšího vývoje, souvislost s přiměřenou podporou učitele, vhodnými pomůckami a edukačním prostředím,
- vysvětlit základní myšlenku teorie flow efektu, objasnit souvislost mezi náročností úkolu a emočním prožíváním.

Časová náročnost 45 minut

Pojmy k zapamatování – důležité

Zóna nejbližšího vývoje, aktuální a potenciální vývojová úroveň dítěte. Stav plynutí, flow efekt.

2.1 Hromadná výuka dětí s různými vzdělávacími potřebami

Co se vám vybaví, když si představíte vzdělávací činnost v běžné třídě v mateřské škole nebo na 1. stupni základní školy, kdy učitelka řídí (stejnou) práci všech dětí ve třídě:

a) v mateřské škole

b) ve škole

Je zde nějaká výrazná odlišnost?

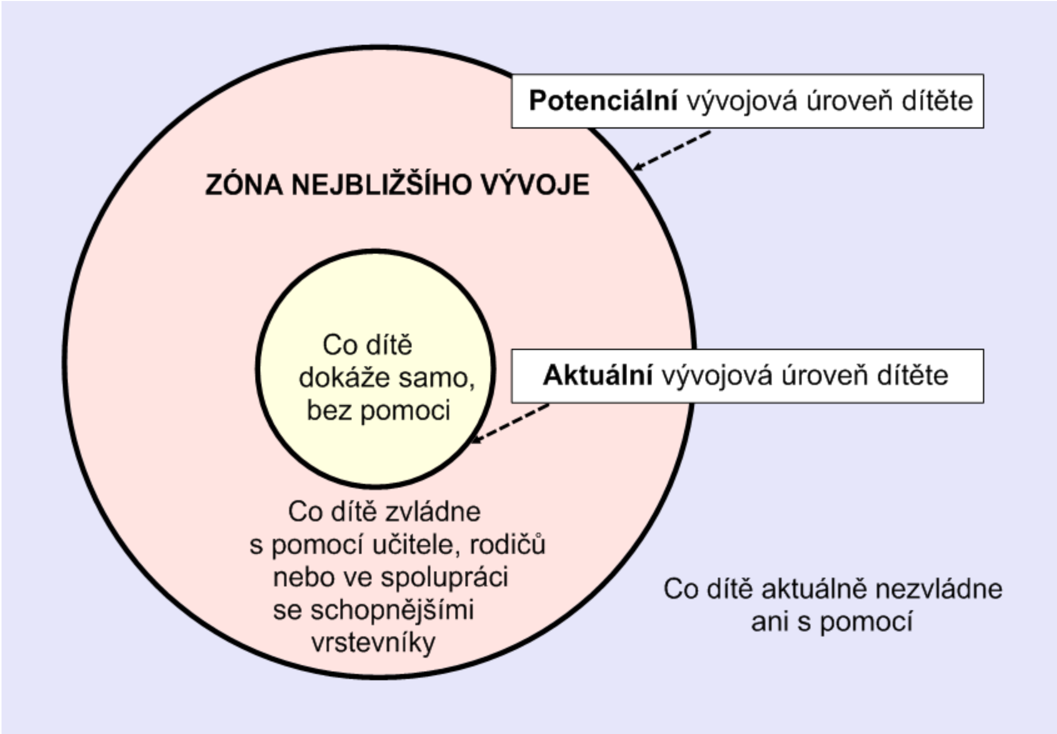
Vzdělávání není efektivní, pokud nezohledňuje aktuální kompetence žáků. Pro učitele je nemožné postihnout rozmanité výchozí kompetence všech žáků - jejich znalosti a dovednosti, jejich postoje (k matematice). S jistým zjednodušením lze říci, že učitel v rámci školního vzdělávání hledá cestu, jak u co největšího počtu žáků co nejvíce zlepšit znalosti a dovednosti v omezeném čase. Jsou-li nároky vyučovací hodiny příliš vysoké, pak je pro většinu žáků ve třídě obtížná a nezvládnutelná, jsou-li nároky příliš nízké, přínos pro většinu žáků je malý a pro učitele jsou takto koncipované vyučovací jednotky nepřijatelné kvůli ztrátě času. (Sarrazy, 2003)

2.2 Zóna nejbližšího vývoje

Uveďte z vaší praxe jeden konkrétní příklad činnosti, kterou dítě samo nezvládlo, ale pod vedením učitelky ano:

Pedagogiku a psychologii významně ovlivnil Lev Semjonovič Vygotskij (1896-1934) a Jean Piaget (1986-1980). Piaget chápal mentální vývoj jako předpoklad k učení, akcentoval proces zrání oproti procesu učení; podle Vygotského naopak **dobré učení předbíhá vývoj, činnosti dítěte a interakce s dospělými provázené učením napomáhají zrání rozumových schopností** (Vygotskij, Průcha, 2004). Klíčovým pojmem Vygotského teorie je *zóna nejbližšího vývoje*, kterou definuje jako rozdíl mezi dvěma vývojovými úrovněmi dítěte, aktuální a potenciální. Současnou úroveň definuje jako schopnost samostatného řešení problému, potenciální úroveň jako schopnost řešit problém pod vedením zkušenější osoby (Průcha, 2009).

Obrázek 1: Zóna nejbližšího vývoje



Představme si dítě, jemuž je předložena úloha, kterou samostatně není schopno vyřešit, ale pod vhodným vedením např. učitelky úlohu vyřeší. Vhodným vedením je míněna *jen nezbytná* podpora, kdy učitelka ponechává co nejvíce prostoru dítěti pro nezávislou samostatnou práci. Je tak urychlován vývoj; řízená činnost při kvalitně vedeném učení napomáhá vývoji, dítě zvládne úlohy, které by při spontánním učení nebylo schopno vyřešit. Je důležité si uvědomit u konkrétního dítěte:

- jaké úlohy zvládne samostatně vyřešit,
- které nezvládne ani s podporou učitele,
- jaké úlohy je schopno splnit pod vedením učitele,
- kde je rovnováha mezi nezávislou samostatnou prací dítěte a podporou učitele.

Je nutné zvážit, jakou edukační nabídku dítěti předložit, aby byla samostatná práce dítěte a podpora učitelem vyvážená. Není cílem, aby dítě „splnilo" nepřiměřeně náročnou úlohu pod vedením učitele, kdy by jen podle pokynů učitele dítě plnilo drobné (a tím i často snadné) kroky v řešení úlohy. Nebo naopak, když učitel poskytuje podporu tam, kde není třeba. Uvažujme např. situaci, kdy učitel žákům zadá v matematice slovní úlohu, kterou by děti mohly zvládnout samostatně nebo jen s mírnou dopomocí, a učitel nenechá dětem čas a příležitost, aby řešily úlohu samostatně. Sám úlohu fragmentuje, stanoví jednotlivé kroky, určí, co je třeba vypočítat, a formuluje otázky pro dílčí kroky. Žák jen postupně plní jednotlivé úkoly, které jsou pro něj velmi snadné (a pracuje rychleji, než když by musel své kroky promýšlet). Učitelé, kteří takto úlohy řeší hromadně s žáky, hájí tento postup a argumentují tím, že „šetří čas".

Teorie zóny nejbližšího vývoje vybízí k zamyšlení, jak vést *hromadnou* výuku a jaké činnosti a úlohy připravovat pro děti, které jsou na různé vývojové úrovni, mají rozdílné vzdělávací potřeby.

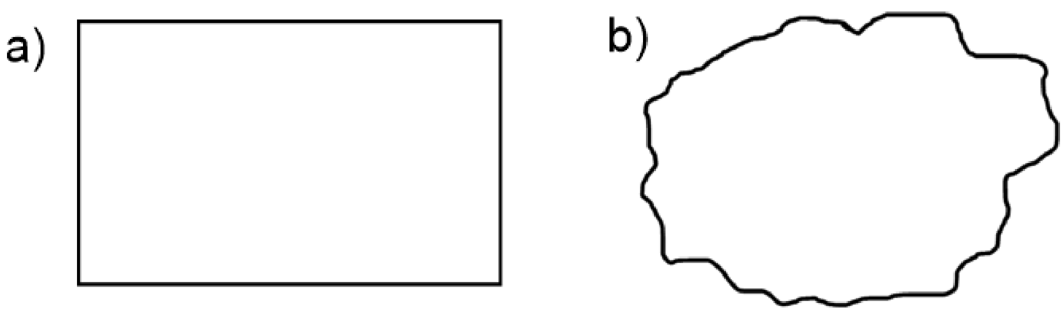
2.3 Flow efekt, emoční prožívání řešení úlohy

Popište situaci, kdy jste se natolik hluboce ponořili do činnosti, že jste nevnímali okolí, neuvědomovali jste si, jak plyne čas, vaše práce nebo činnost šla jakoby sama, velmi se vám dařilo, cítili jste se příjemně. Když jste činnost dokončili nebo přerušili, byli jste překvapeni, na jak dlouho vás zcela pohltila a jak skvělý výkon jste podali. Měli jste dobrý pocit, že řídíte své činy, že nejste manipulováni vnějšími okolnostmi. Může to být vaše drobnější aktivita, ale možná spíše činnost, kdy jste se snažili dosáhnout něčeho obtížného.

Motivační úloha 1

Připravte si dva listy papíru např. formátu A5. Jeden papír odtržením jeho okrajových částí upravte tak, aby neměl původní rovné okraje, podobně jako na obrázku b). **Skládáním papíru, bez použití pravítka nůžek či jiných pomůcek vyznačte čtverec**

a) na běžném listu papíru (A5), b) na upraveném papíru.



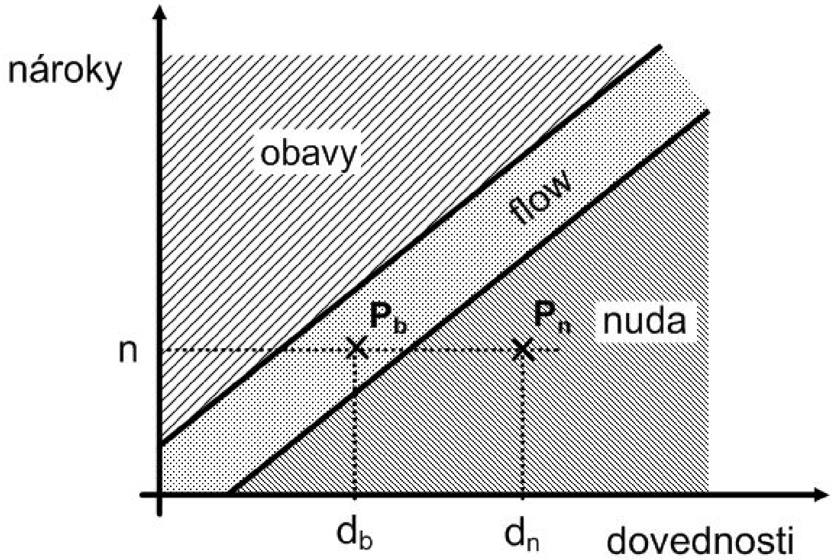
Hotovo? Jak jste se při řešení úloh cítili? Jak to souvisí s tím, nakolik pro vás byla úloha obtížná? Napište si poznámku:

Skládáním papíru, bez použití pravítka či kružítka, vyznačte na listu papíru A4
c) rovnostranný trojúhelník.

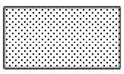
Jak jste se při řešení výše uvedených tří úloh cítili? Jak to souvisí s tím, nakolik pro vás byla úloha obtížná? Napište si poznámku:

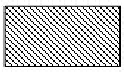
Je-li úloha pro žáka příliš snadná, neprobouzí zájem, žák zažívá nudu, je-li obtížná příliš, může zažívat nepříjemné pocity, žáka také neaktivizuje. Problém souvisí s úrovní znalostí a dovedností žáka a s entropií úlohy - mírou neurčitosti, kterou žák v úloze vnímá (podrobněji dále v kap. 5.1.2). Při hromadné výuce učitelé řeší problém, jak nastavit obtížnost předkládaných úloh vzhledem k různé úrovni dovedností žáků. Na obrázku 2 je v diagramu na svislé ose vyznačena úroveň nároků úlohy (n), která je nastavena pro běžného žáka. Na vodorovné ose je vyznačena úroveň dovedností běžného žáka (d_b) a úroveň dovedností žáka nadaného (d_n).

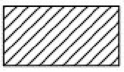
Obrázek 2: Diagram emočního prožívání úlohy (jejího řešení) (Malinová, 2014)



Vysvětlivky:

 pole zážitků plynutí, oblast, ve které se uplatňuje flow efekt

 pole zážitků nudy

 pole zážitků obav

n	nároky, které vyplývají z konkrétní úlohy
d_b	úroveň dovedností běžného žáka
d_n	úroveň dovedností nadaného žáka
P_b	prožívání úlohy běžným žákem
P_n	prožívání úlohy nadaným žákem

Poznámka: Obrázek vychází z grafu Csikszentmihalyie (1996, s. 115)

Z diagramu je zřejmé, že emoční prožívání řešení úlohy běžného žáka může být optimální, avšak nadaný žák zažívá nudu. (Malinová, 2014) upozorňuje na potenciál divergentních matematických úloh v hromadné výuce žáků s různou úrovní dovedností. Roubíček et al. (2010) vysvětluje možnosti přirozené diferenciace v souvislosti s využitím matematických *podnětných výukových prostředí.*

Učení v širším smyslu (ne jen učení ve škole) chápeme jako získávání zkušeností a utváření jedince. Z pohledu pedagogické praxe druhy lidského učení klasifikujeme na senzomotorické učení, učení poznatkům, učení metodám řešení problémů a sociální učení. Schopnost člověka učit se je nezbytná pro jeho přežití i uplatnění ve společnosti. Zdokonalování výkonu v průběhu učení je ovlivněno soustavou autoregulačních procesů. (Čáp, 1993)
Učení - při pochopení či objevení nového, při získání dovednosti, při úspěšném vyřešení úlohy je přirozeně spojeno s prožíváním příjemných pocitů. Teorie flow-efektu M. Csikszentmihalyie objasňuje souvislost úspěšného učení - angažovanosti žáka, jeho emoční prožívání při učení (řešení úlohy) a obtížnosti úlohy. Pokud je úloha příliš obtížná nebo příliš snadná, zažívá žák psychický dyskomfort (obavy či nudu), vhodně zvolená obtížnost úlohy, přiměřené požadavky na žáka jsou důležitým předpokladem pro úspěšné učení.

Souhrn

Žáci v běžné třídě tvoří heterogenní skupinu, liší se ve vývojové úrovni svých schopností, v úrovni dovedností a znalostí i jiných aspektech významných pro výuku. Učitelé řeší problém, jak připravit výuku, jak nastavit obtížnost úloh, aby byly co nejvíce respektovány individuální vzdělávací potřeby žáků. Vygotského teorie zóny nejbližšího vývoje vybízí učitele k zamyšlení nejen nad obtížností úloh, ale také nad vyvážením samostatné práce žáka a podpory učitelem. Teorie flow, kterou vypracoval Csikszentmihalyi, vysvětluje emoční prožívání řešení úlohy žákem, souvislost s nároky, které úloha klade na žáka, a s úrovní jeho dovedností úlohu řešit.

Kontrolní otázky

- Vysvětlete pojem zóna nejbližšího vývoje.
- Jak rozumíte tezi Vygotského, že „dobré učení předbíhá vývoj"?
- Co je to stav plynutí (flow)?
- Načrtněte diagram emočního prožívání úlohy žákem. Zakreslete do obrázku úlohu A, jejíž obtížnost je vhodně nastavena pro konkrétního žáka. Vyřešením této úlohy vzrostly dovednosti žáka - vyznačte v dalším kroku do téhož obrázku novou úroveň žákových dovedností , označte ji d_B. Jak musíte změnit obtížnost následující úlohy B, aby úloha pro žáka nebyla příliš snadná, aby se nenudil? Zakreslete opět do obrázku.
- S využitím obrázku z předchozí otázky objasněte souvislost mezi sadou úloh s gradovanou obtížností, pokrokem v učení a emočním prožíváním žáka.

Literatura

Doporučená literatura:

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. *O štěstí a smyslu života*. Překlad Eva Hauserová. Praha: Lidové noviny, 1996, 399 s. ISBN 80-710-6139-5.

ČÁP, Jan. *Psychologie výchovy a vyučování*. 1. vyd. Praha: Univerzita Karlova, 1993. ISBN 80-706-6534-3.

GOLEMAN, Daniel. *Emoční inteligence: Proč může být emoční inteligence důležitější než IQ*. 1. vyd. Praha: Columbus, 1997, 348 s. ISBN 80-859-2848-5.

MALINOVÁ Dagmar. Matematické nadání. *Svět nadání* [online. 2013, II. Č. 1, s. 13-21. ISSN 1805-7217. Dostupné z www.talentovani.cz.

Použitá literatura:

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. *O štěstí a smyslu života*. Překlad Eva Hauserová. Praha: Lidové noviny, 1996, 399 s. ISBN 80-710-6139-5.

KOHOUTEK, R. 2008. Kognitivní vývoj dětí a školní vzdělávání. *Pedagogická orientace* [online]. Praha: Česká pedagogická společnost, 2008, č. 3, s. 3-22 [cit. 2012-11-23]. ISSN 1211-4669. Dostupné z: http://www.ped.muni.cz/pedor/archiv/2008/Pedor08_3 Kohoutek_KognitivniVyvojSkolniVzdelavani.pdf

MALINOVÁ, Dagmar. *Mimořádně nadaný žák v primárním matematickém vzdělávání*. Olomouc, 2014. Dizertační práce. Univerzita Palackého.

PIAGET, Jean. *Psychologie inteligence*. Vyd. 2. Praha: Portál, 1999, 164 s. ISBN 80-717-8309-9.

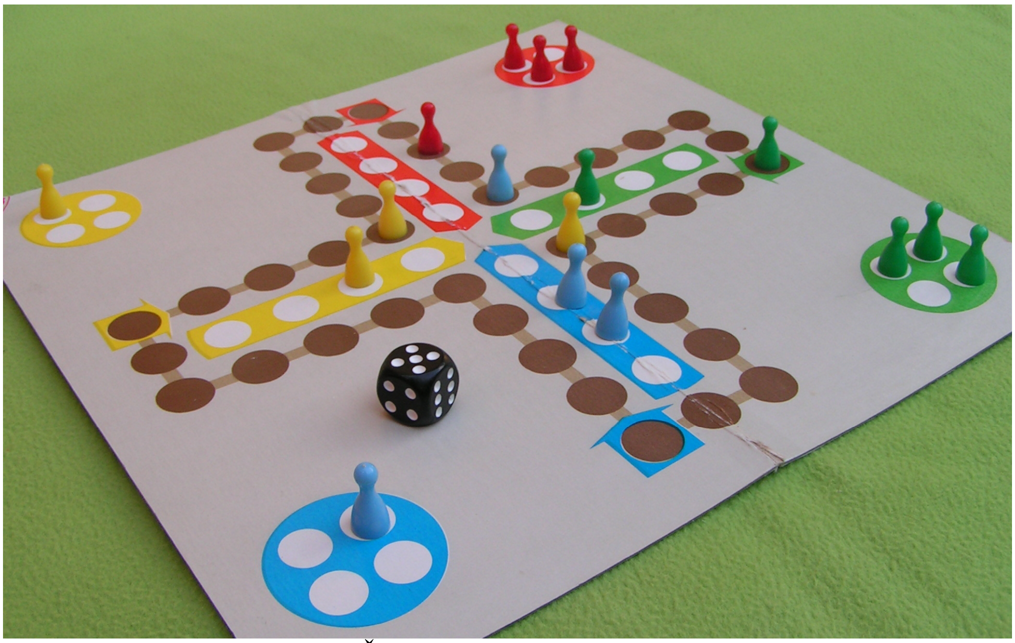
PRŮCHA, Jan. 2009. *Pedagogická encyklopedie*. Praha: Portál, 2009, 935 s. ISBN 978-80-7367-546-2.

SARRAZY, Bernard. Nadání v matematice - didaktický pohled: Analýza didaktických regulací rozdílů v poznávacích schopnostech ve vyučování racionálního kalkulu u žáků 9-10letých. In: ZHOUF, Jaroslav. *Ani jeden matematický talent nazmar*. Hradec Králové: PC Hradec Králové, 2003, s. 128-133. ISBN 80-7015-936-7.

VYGOTSKIJ, L. S., PRŮCHA, J. 2004. *Psychologie myšlení a řeči*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2004, 135 s. ISBN 80-7178-943-7.

3 Rozvoj matematických schopností v počátečním vzdělávání

Motivační úloha 2 - matematický pohled na běžné činnosti dítěte, na známé hry



Zamyslete se nad tradiční hrou „Člověče nezlob se“, analyzujte její matematický obsah a zapište si poznámky.
(Nápověda : budování pojmu číslo, množiny, binární relace, třídění, orientace v rovině.)

„Pohledem matematika“, z perspektivy plnění vzdělávacích cílů v oblasti rozvoje matematických schopností dětí/žáků můžeme obdobně analyzovat libovolnou činnost nebo soubory objektů a vztahy mezi nimi.

Obsah

Cíle

Po prostudování této kapitoly a doporučené literatury dokážete:

- definovat matematiku,
- objasnit na konkrétních příkladech, co je míněno tím, že matematika je věda o strukturách,
- vysvětlit specifika rozvoje matematických schopností, zejména alogicko-matematické inteligence.

Časová náročnost 45 minut

Pojmy k zapamatování – důležité

Struktura, logicko-matematická inteligence, fraktál.

3.1 Odraz vývojových specifik ve vlastnostech úloh

Na otázku, "Co je matematika?" řada lidí odpoví, že je to zejména "počítání s čísly", málokdo z nich však dokáže vysvětlit, co je to číslo. Pojem číslo je abstraktní, stejně jako mnoho dalších matematických pojmů a vztahů mezi nimi. Člověk, který se učí matematice, postupuje na cestě od konkrétních zkušeností k ryzí abstrakci.
Na samém počátku této cesty jsou však konkrétní a prosté zkušenosti dítěte, které se **seznamuje s reálným světem kolem**, **manipuluje s předměty, zkoumá je, objevuje vztahy mezi nimi**. Postupně si dítě uvědomuje trvalost předmětů, všímá si podobných vlastností některých předmětů a vytváří množiny a třídy, objevuje koncept trvalosti počtu, postupně reálnou manipulaci s předměty nahrazuje manipulací mentální, dítě dokáže pracovat s mentálními obrazy a modely, ale postupně také se symboly a řetězci symbolů, které označují různé matematické objekty. První matematické znalosti dítěte vycházejí z činnosti s předměty; v primárním a preprimárním vzdělávání je třeba pamatovat na to, aby byla dítěti při řešení matematických úloh umožněna práce s manipulačním materiálem, s modely.
Gardner (1999) ve své teorii mnohočetných inteligencí vyčleňuje samostatné dílčí inteligence (původně jen 7 - inteligence jazyková, hudební, logicko-matematická, prostorová, tělesně-pohybová, personální (interpersonální, intrapersonální). V matematice jsou důležité zejména inteligence logicko-matematická a prostorová.

Gardner navíc přisuzuje logicko-matematické inteligenci výlučné postavení, protože vytváří obecnější struktury. Vynikající matematické výkony souvisejí s rozvinutou schopností pracovat s abstraktními objekty a s dlouhými řetězci na sebe navazujících úvah, avšak jejich základ je v obyčejné činnosti dítěte, které manipuluje s předměty.

3.2 Matematika je věda o strukturách

„*Matematika je věda o kvantitativních stavech a vztazích a o prostorových formách objektivního světa*,“ pracuje s abstraktními prostředky, pomocí kterých vyjadřuje obecné zákonitosti našeho světa (Melichar, 2003). V současné literatuře se setkáváme s obecnějším vyjádřením, které definuje matematiku jako vědu o strukturách, ale nejsou tím míněny struktury, které lze popsat jen v materiálním světě, ale jsou tím míněny zejména struktury idejí (Devlin, 2003).

3.2.1 Strukturování

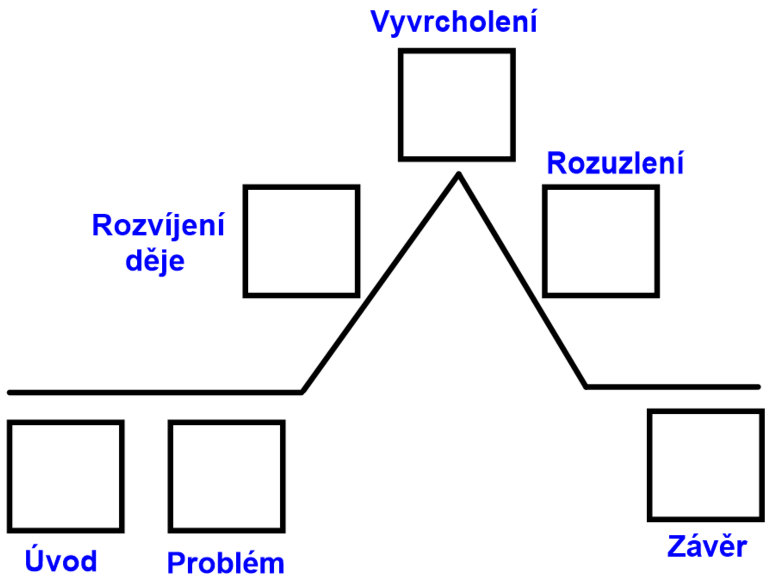
Vytvářením struktur v různých oblastech našeho života snižujeme entropii (míru neurčitosti), vnášíme tak do našeho života řád.

Motivační úloha 3

Zamyslete se nad tím, kde se běžně setkáváte se strukturami, zamyslete se také, kde je sami vytváříte.
(Nápověda: struktury materiální, strukturování času, strukturování prostoru, mysli, souboru informací, ...)

Používáme kalendář, časové rozvrhy, plánujeme si svou činnost během dne, používáme např. pravidelná jídla k "dělení" dne. Vytváříme si a používáme číselné soustavy. Rovněž při práci se slovy, s textem se snažíme vytvářet struktury, např. příběh často mívá ustálenou strukturu:

Obrázek 3: Struktura příběhu



Reálné struktury, které člověk vytváří v prostoru, můžeme vidět na leteckých snímcích sítě ulic měst, při pohledu na panelový dům, dláždění chodníku, ale také na skříň s policemi, či byt. Zajímavé reálné struktury vytvářejí v přírodě také živočichové, např.: včely plástve, pavouci pavučiny, plži ulity.
Matematika se zabývá objekty ideálního matematického světa - perfektně rovnými přímkami, aj. Ve snaze pomocí matematiky pospat reálný svět, však pracujeme s *modely* těchto objektů. Zajímavým moderním tématem jsou fraktály.

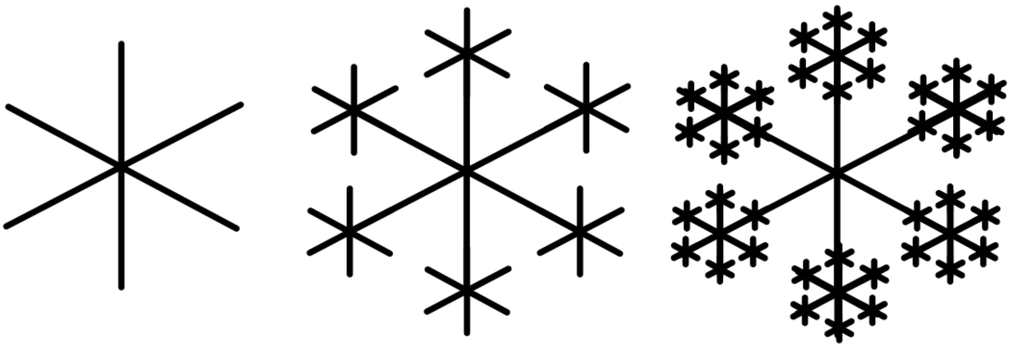
Úloha 4

Vyhledejte v internetovém vyhledávači obrázky fraktálů. Čím vás upoutaly? Co zobrazují?

Najděte mezi nimi např. Sierpińského trojúhelník. Prozkoumejte, jak je vytvořen. Načrtněte si obrázek.

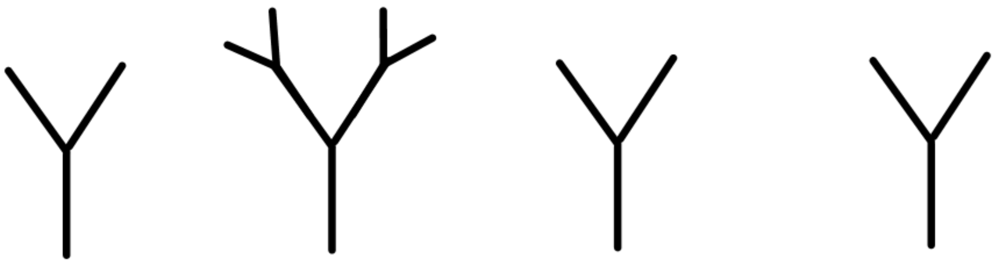
Úloha 5

Prohlédněte si trojici obrázků, která napovídá, jak se vytvářejí fraktály:



Pokuste se formulovat krok, který se opakuje:

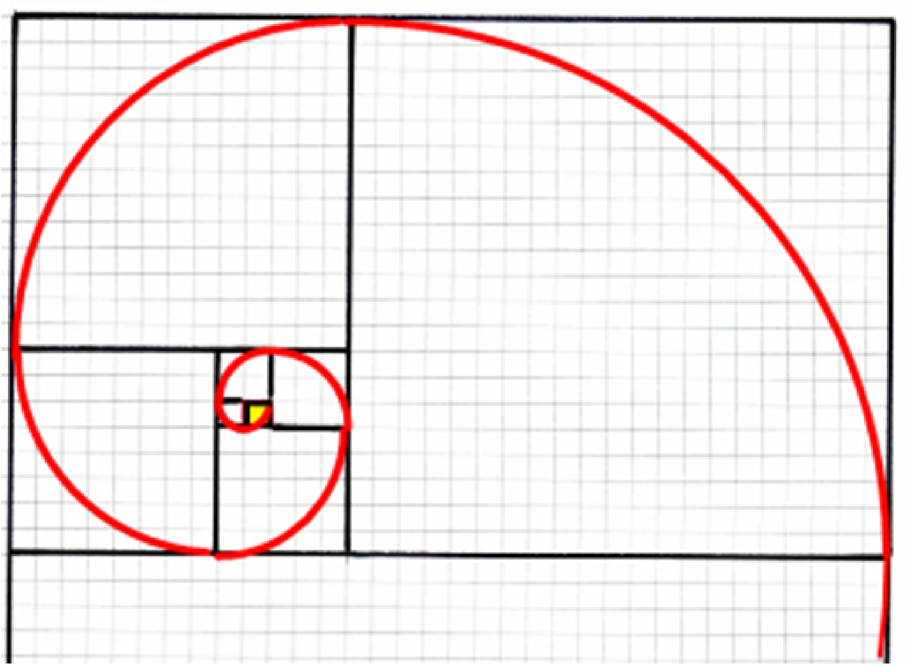
Obdobně se pokuste dokreslit sérii čtyř obrázků, kde budete opakovat symbol Y. Vytvoříte „strom", kde se (např.) každá „větev" v každém dalším kroku rozvětví na dvě, které však mají poloviční délku než původní.



Úloha 6

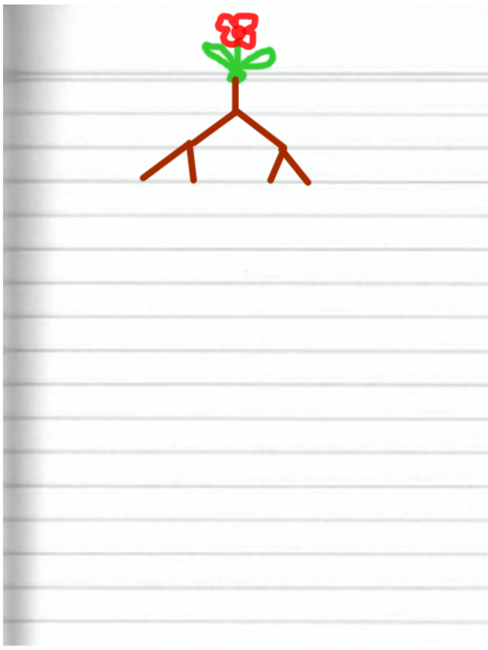
Seznamte se s Fibonacciho posloupností čísel, prozkoumejte zjednodušený nákres zlaté spirály (nakreslete si ji samostatně na čtverečkovaný papír), prohlédněte si borovou šišku. Pokuste se objevit spojitost mezi těmito třemi objekty.

1   1   2   3   5   8   13   21   34   55   89   ...



Úloha 7

Propedeutika fraktálů či exponenciálních funkcí v úlohách pro děti z mateřské školy?
Máme linkovaný papír. Na obrázku je semínko kouzelné květiny. Ze semínka vyroste rostlina a vykvete, současně jí rostou kořeny. Nakresli květině kořínky, aby mohla pít co nejlépe vodu. Na každé vrstvě hlíny (lince) se kořínek rozdělí na dva.



Úlohu si nejprve sami vyzkoušejte, dokreslete kořínky až na dolní linku. Co jste zjistili? Jaké máte otázky? Udělejte si poznámky.

3.3 Myšlení a jazyk

Myšlení a jazyk jsou vzájemně spjaté jevy, kdy myšlení jako nejvyšší forma odrazu skutečnosti se vyjadřuje a realizuje pomocí jazyka. Věta je slovní vyjádření myšlenky. Rozvíjíme-li gramotnost žáka v mateřském jazyce, rozvíjíme i jeho myšlení. U žáků je třeba rozvíjet jejich informovanost a komunikační schopnosti, neboť žák komunikuje převážně ve větách. Žák pozoruje, vnímá a intuitivně poznává pojmy, poznává jejich obsah a rozsah. Zopakujme si, že obsah pojmu tvoří souhrn všech vlastností, které jsou pro tento pojem charakteristické, a rozsah pojmu tvoří souhrn všech objektů, které mají vlastnosti stanovené jeho obsahem. Zde je jeden ze základů diferenciace schopnosti žáka, neboť některý žák přejímá více vlastností a některý méně, a tím jde o širší nebo užší rozsah pojmu. Vidíme, že rozvoj jazykové gramotnosti, tj. umění číst, psát a vyjadřovat se jazykem úzce souvisí s matematickým myšlením a s žákovými komunikačními dovednostmi. Nejde jen o komunikaci učitel-žák a žák-učitel, ale i o komunikaci mezi žáky a v budoucnu o komunikaci jedince ve společnosti, o přejímání či sdělování poznatků. Dbáme o provázanost jazykové gramotnosti s gramotností matematickou i s gramotností v oblasti komunikačních a informačních technologií. Rozvoj pojmotvorného poznávacího procesu je podstatný ve všech oblastech vzdělávání v preprimární a primární přípravě žáka.

Z hlediska rozvoje gramotnosti v matematice jde o rozvoj logického myšlení, t.j. určování pravdivosti a nepravdivosti oznamovacích vět (výroků), rozvoje funkčního myšlení, t.j. vzájemných souvislostí a vztahů (výrokových forem). Připomeňme si, co píše o matematice *Slovník spisovné češtiny pro školu a veřejnost*: *„Matematika je věda, která tvoří pojmy abstrahované z obecných vztahů hmotného světa (čísla, útvary) a stanoví jejich obecné zákonitosti.“* Rozvoji divergentního myšlení v matematice se věnujeme v samostatné kapitole dále. V současné době je třeba věnovat pozornost rozvoji matematického myšlení také v oblasti finanční gramotnosti. Finanční gramotnost je soubor znalostí a dovedností, které člověku umožňují porozumět financím a správně s nimi zacházet v různých životních situacích.

3.3.1 Otázky

Známé tvrzení přisuzované Sokratovi*:"Myšlení začíná otázkami",* upozorňuje, že pro rozvoj a kultivaci myšlení jsou otázky důležité, stejně tak dovednost (ale i odvaha) otázky klást. Děti se přirozeně ptají již od útlého věku, často jejich otázky začínají slovem „proč“. Ptají se obvykle na příčinu nebo důvod (smysl) nějakého jevu. *Proč je obloha modrá? Proč prší? Proč musím do školky/školy?* Ale také otázkami zjišťují význam (rozsah, obsah) pojmů, význam symbolů: *Co znamená dvojtečka mezi čísly? Jak se napíše moje jméno?* V průběhu výuky z otázek žáků, ale i ze spontánních otázek předškolních dětí lze usuzovat na hloubku jejich myšlení, na správné pochopení pojmů, či vztahů, ale také na téma jejich hlubšího zájmu, případně na problémy (nejen vzdělávací), kterými se dítě aktuálně zabývá. Otázky, které děti kladou, jsou významný nástroj pedagogické diagnostiky. Aby děti otázky (ale i odpovědi) řekly nahlas ve třídě před učitelem i spolužáky, je třeba vytvářet emočně bezpečné klima. V řadě škol se často děti postupně přestanou ptát; na začátku školního roku se hlásí o slovo, mají otázky (nebo chtějí odpovídat na otázku učitele); pak se stávají pasivními.

Souhrn

Matematika pracuje s abstraktními objekty, avšak počátky rozvoje matematického myšlení každého člověka jsou spjaty s přímou manipulací s předměty. Myšlení a jazyk jsou spjaté jevy. I když se v matematice operuje s nonverbálními entitami, pro úspěšné zvládnutí matematických znalostí je nezbytné správně využívat jazyk.

Pohled na matematiku jako na vědu o strukturách nabízí nové pohledy na tvorbu neobvyklých úloh s pestrým sémantickým kontextem i matematickým obsahem. Zároveň vybízí k hledání struktur (ne jen materiálních) kolem nás.

Fraktály jsou matematické objekty, které mají pozoruhodnou strukturu a mohou pomoci matematicky popsat přírodní útvary, které se nám jeví více či méně jako nepravidelné (hory, mraky, stromy, brokolice, sněhové vločky, lidské plíce, ...).

Kontrolní otázky

- Odpovězte na otázku „Co je matematika?“
- Co je specifické pro rozvoj *matematického* myšlení v útlém věku? Proč je důležité vytvářet podmínky a umožňovat dětem přímou manipulaci s předměty v různých situacích?
- Jak souvisí myšlení a jazyk?
- Jak rozumíte tvrzení, že matematika je věda o strukturách?
- Ukažte na jednoduchém příkladu, jak jsou vytvářeny fraktály.
- Zamyslete se, jak toto „nové“ téma uplatníte ve své pedagogické praxi.

Literatura

Doporučená literatura:

CSACHOVÁ, Lucia. *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*. Praha: Academia, 2012. ISBN 978-80-200-1575-4.

DEVLIN, Keith J. *Jazyk matematiky: Jak zviditelnit neviditelné*. 1. vydání v českém jazyce. Překlad Jan Švábenický. Praha: Argo, 2003, 343 s. ISBN 80-865-6909-8.

ENZENSBERGER, Hans Magnus. *Matematický čert: kniha pod polštář pro všechny, kteří mají strach z matematiky*. Praha: Dokořán, 2006, 238 s. ISBN 80-736-3092-3.

JAN MELICHAR, Josef Svoboda. *Rozvoj matematického myšlení I: pro studium učitelství pro mateřské školy*. Ústí nad Labem: UJEP, 2003. ISBN 80-704-4512-2. Dostupné z:http://www.pf.ujep.cz/files/data/KMA_mysleni.pdf

SCIACOVELL, Giovanni. *Nová matematika: moderní vyučování matematice v 1. a 2. ročníku základní školy*. Praha: SPN, 1978. ISBN 14-345-78.

ZOLLER, Eva. *Učíme děti ptát se a přemýšlet: metody a aktivity k rozvoji myšlení i kultivaci osobnosti dětí*. Praha: Portál, 2012. ISBN 978-802-6200-963.

Použitá literatura:

MALINOVÁ, Dagmar. Předmatematické činnosti v předškolním vzdělávání. *Poradce ředitelky mateřské školy*. 2012, II, č. 4, s. 38-39. ISSN 1804-9745.

MALINOVÁ Dagmar. Matematické nadání. *Svět nadání* [online. 2013, II. Č. 1, s. 13-21. ISSN 1805-7217. Dostupné z www.talentovani.cz.

MELICHAR, Jan a Josef SVOBODA. *Rozvoj matematického myšlení I: pro studium učitelství pro mateřské školy*. Ústí nad Labem: UJEP, 2003. ISBN 80-704-4512-2.

4 Nadání

Nadané dítě se podobá běžci na dlouhé tratě,který je rychlejší než ostatní.
Intelektuálně je většinou daleko vpředu,
se svými city však často zůstává samo. (Erika Landau)

Obsah

Cíle

Po prostudování této kapitoly a doporučené literatury dokážete:

- definovat rozumové nadání a jeho komponenty, definovat mimořádně nadaného žáka
- formulovat své postoje k rozumově nadaným, ujasníte si svůj prototyp nadaného člověka,
- vyjmenovat charakteristické projevy nadaných dětí a vysvětlit, proč je důležitý kontext situace, ve které jsou/nejsou projevy pozorovány
- na příkladech vysvětlit, jak souvisejí paradoxní výkony s dvojí výjimečností dětí/žáků se souběhem nadání a handicapu,
- vysvětlit, proč je pro nadaného žáka "práce navíc"ve formě rutinních úloh velmi nevhodná.

Časová náročnost 40 minut.

Pojmy k zapamatování – důležité

Nadání, intelektové nadání, (mimořádně) nadané dítě, dítě s akcelerovaným vývojem v intelektové oblasti, dítě/žák s dvojí výjimečností, dítě podvýkonné.
Intelektové nadání je jinými slovy též označováno jako nadání rozumové nebo kognitivní.

4.1 Kdo je nadaný

Výjimečné výkony jednotlivců poutaly pozornost v různých kulturách, v průběhu historie se měnily postoje společnosti k nadání v různých oblastech lidské činnosti, měnila se hodnota, kterou společnost přisuzovala excelentním výkonům např. v oblasti tělesně-pohybové, verbální, hudební či matematické.
Také v naší společnosti existuje řada odlišných postojů k nadání, včetně vyhraněných postojů k rozumově nadaným a jejich vzdělávání.

Velmi dobrý vhled do problematiky intelektově nadaných poskytují informace na webu *Nadaní žáci* a *Nadané děti* (viz seznam doporučené literatury).

Každý člověk si mimoděk vytváří soubory názorů na různé jevy kolem nás, soubory představ o okolním světě (implicitní teorie), jež jsou uloženy v podvědomí, avšak ovlivňují naše očekávání, chování i jednání.

Kdo je rozumově nadaný? Položte si tuto otázku, udělejte si myšlenkový pokus a zjistěte váš osobní prototyp rozumově nadaného člověka (námět Havigerová, 2011). Papír rozdělte na tři sloupce. Do prvního napište tři osoby, které jsou podle vás rozumově nadaní jedinci. Uveďte osoby, které vás napadnou, nehledejte v této fázi zdůvodnění. Do druhého sloupce napište tři osoby, které podle vás určitě rozumově nadané nejsou. Nad dvojicemi osob uvedených v řádku se zamyslete a do třetího sloupce uveďte, v čem se tito dva lidé liší.

Nadání

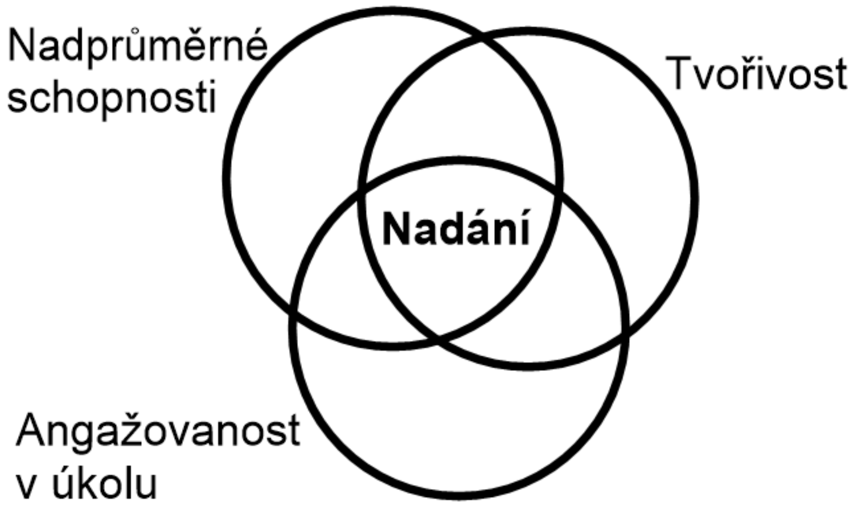
Pojem mimořádně nadaný žák je vymezen Vyhláškou č. 73/2005 Sb. ve znění pozdějších předpisů jako „*jedinec, jehož rozložení schopností dosahuje mimořádné úrovně při vysoké tvořivosti v celém okruhu činností nebo v jednotlivých rozumových oblastech, pohybových, uměleckých a sociálních dovednostech.*“

Pojem *nadaný žák* bývá často chápán ve smyslu mimořádného nadání, často bývá chápán ve smyslu rozumově nadaný žák. V každém případě vyjadřuje fakt, že tento žák podává (nebo má potenciál) výrazně lepší výkony než jeho vrstevníci, má odlišné vzdělávací potřeby.

Opomíjenou skupinou nadaných jsou tzv. děti/žáci s dvojí výjimečností, děti u kterých souběh nadání a handicapu často maskuje projevy nadání. Učitel si může všimnout paradoxních výkonů, kdy dítě v dané oblasti současně selhává i podává nadprůměrné výkony. Např. v matematice chybuje ve snadných početních příkladech, ale zároveň nachází neobvyklá řešení slovních či nestandardních úloh. (Portešová, 2011)

Existuje řada modelů nadání. Renzulliho model vysvětluje nadání jako souběh tří komponent: nadprůměrných schopností, tvořivosti a angažovanosti v úkolu (Renzulli, 2012). V současném školním vzdělávání je tvořivost opomíjena, naopak přežívá akcent na vrozené (i rozvinuté) nadprůměrné schopnosti, které u rozumového nadání souvisejí s měřením IQ.

Obrázek 4: Renzulliho model nadání



Existuje řada pojetí nadání.

- Nadání jako vyvíjející se expertnost (dítě se intenzivně věnuje tématu, které jej zajímá, a velmi záhy se stává expertem, má o dané problematice hluboké a podrobné znalosti).
- Nadání jako vývojová asynchronie. (Rozdíl mezi mentálním a chronologickým věkem nadaného dítěte. Rozumově nadané děti jsou mentálně vyspělejší než vrstevníci.)
- V pedagogické praxi přetrvává u řady učitelů nesprávné chápání nadání jako vynikajícího školního prospěchu.

Z výzkumů i ze zkušeností z pedagogické praxe je zřejmé, že (rozumové) nadání souvisí také s osobnostními charakteristikami dítěte, s příležitostmi k rozvoji, které dítě má (a přijme je), se zájmy dítěte. To, zda se nadání projeví a rozvine, záleží na řadě aspektů, včetně faktoru náhody. (Portešová, 2013-2014; Hříbková, 2009)

4.1.1 Jak poznat nadané dítě/ nadaného žáka

Odbornou diagnostiku provádějí psychologové pedagogicko-psychologické poradny, vydávají pak zprávu z vyšetření, která je důvěrné povahy, záleží na rodičích, zda s výsledky seznámí učitele. Pedagogové v rámci své kompetence mohou provádět pedagogickou diagnostiku.

Typické projevy a charakteristiky rozumově nadaných

Mezi typické projevy rozumově nadaných patří např. velká zvídavost, bohatá slovní zásoba, pokročilý způsob vyjadřování (nejen složité větné konstrukce, cizí slova), pídí se po příčinách jevů, jak věci fungují, jsou náruživí čtenáři, fascinují je písmena, symboly, struktury symbolů. Používají vyspělejší myšlení než vrstevníci, mnohem dříve používají abstrakci, zdůvodňují, chápou vztah mezi příčinou a následkem. Nalézají vztahy mezi jevy, kde je jiní nevidí, mnohdy se to projevuje také jako specifický humor. Touží po poznání, udrží mnohem déle pozornost než vrstevníci. Nadaní řeší úlohy často rychleji než vrstevníci, někteří naopak řeší déle, potřebují úlohy lépe promyslet, znají více informací než se očekává, podle toho jsou někdy označováni jako nadaní typu *řešitel,* případně *badatel*. V komunikaci mohou chápat dospělého jako sobě rovného partnera a podle toho také vystupovat. Nadaní mají svá kritéria hodnocení, mají snahu dokončit úkol. (Portešová, 2011-2014; Hříbková, 2009)

4.2 Jak vzdělávat nadaného žáka

Rozumově nadaný žák/nadané dítě má specifické vzdělávací potřeby, odlišné od vrstevníků ve třídě.
Protože nadaný žák při hromadné výuce mívá často úlohu vyřešenu dříve než spolužáci, stává se, že dostane od učitele „úlohu navíc“. Nezřídka se stává, že učitel dá nadanému žákovi další „sloupečky příkladů navíc“, další obdobné úlohy, které již nadaný ale zvládá a řešit nepotřebuje, navíc je vnímá jako trest. Postupně úmyslně maskuje, že je s prací hotov, případně zastaví práci na úloze těsně před dokončením, aby nedostal další rutinní úkol.

Pro nadaného je třeba najít úlohy, které jsou pro něj „lákavou výzvou“. Osvědčily se úlohy heuristické, úlohy otevřené, úlohy nestandardního charakteru. Intelektově nadané děti lákají úlohy s čísly, symboly, schématy. Zajímavé možnosti nabízejí úlohy divergentního charakteru, úlohy, které rozvíjejí divergentní myšlení. Úlohy by měla splňovat řadu kritérií, jedním z významných je přiměřená obtížnost pro nadaného žáka. Nadané dítě zvládne často úlohu výrazně obtížnější, než učitel předpokládá.

Poznámka

Další informace o identifikaci a o vzdělávání předškolních nadaných dětí v publikaci L. Hříbkové *Nadání a předškolní věk* (viz seznam literatury).
Další informace k problematice vzdělávání nadaných na prvním stupni základní školy v metodické příručce D. Malinové *Nadání je třeba rozvíjet* (viz seznam literatury). Metodickou příručku spolu se souborem pracovních karet je možné získat v elektronické podobě.

Kontrolní otázky

- Jak je definován vyhláškou *mimořádně nadaný žák*?
- Vyjmenujte tři komponenty nadání v tříkruhovém Renzulliho modelu. Která komponenta je v současné škole nadhodnocena, která je naopak výrazně opomíjena?
- Vyjmenujte některé projevy rozumového nadání.
- Proč není vhodné zadávat nadanému žákovi velké množství rutinních úloh, kde je procvičováno, co již dobře zvládá?

Literatura

Doporučená literatura:

HAVIGEROVÁ, Jana Marie. *Pět pohledů na nadání*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2011. ISBN 978-802-4738-574.

HŘÍBKOVÁ, Lenka. *Nadání a předškolní věk*. Ústí nad Labem: UJEP: 2013. ISBN 978-80-7414-595-7.

LANDAU, Erika. *Odvaha k nadání*. Praha: Akropolis, 2007. ISBN 978-808-6903-484.

MALINOVÁ, Dagmar. *Nadání je třeba rozvíjet. Metodická příručka pro pedagogické pracovníky.* (Text vytvořený v projektu CZ.1.07/1.2.35/02.0025). Most, 2013a, s. 56.

PORTEŠOVÁ, Šárka. *Rozumově nadané děti s dyslexií*. Praha: Portál, 2011, 213 s. ISBN 978-807-3679-903.

PORTEŠOVÁ, Šárka. *Nadané děti* [online]. Brno, © 2001-2014 [cit. 2014-03-16]. Dostupné z: http://www.nadanedeti.cz/

STERNBERG, Robert J. *Úspěšná inteligence: jak rozvíjet praktickou a tvůrčí inteligenci*. Praha: Grada, 2001. ISBN 80-247-0120-0.

Použitá literatura:

HŘÍBKOVÁ, Lenka. *Nadání a nadaní: pedagogicko-psychologické přístupy, modely, výzkumy a jejich vztah ke školské praxi*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2009, 255 s. ISBN 978-802-4719-986.

PORTEŠOVÁ, Šárka et al. *Nadaní žáci* [online]. Brno, 2013-2014 [cit. 2014-05-16]. Dostupné z: http://www.nadanizaci.cz/

RENZULLI, Joseph S. Co utváří nadání? Přezkoumání definice a komentář k českému překladu. *Svět nadání* [online]. 2012, I, č. 2, s. 3-15 [cit. 2014-03-01]. Dostupné z: www.talentovani.cz

5 Úloha a tvorba úloh

Připravujme úlohy tak, aby byly pro děti/žáky lákavou výzvou, aby jim jejich řešení přinášelo potěšení. Zároveň si ale najděme cestu, aby nám, učitelům přinášela radost tvorba a příprava takovýchto úloh. (D. Malinová)

Obsah

Cíle

Po prostudování této kapitoly a doporučené literatury dokážete:

- definovat učební úlohu jako pedagogickou situaci, která se vytvářena, aby žák dosáhl jistého cíle,
- použít metodu „A co když ne..?" k tvorbě úloh,
- vysvětlit výhody této metody v souvislosti se změnou obtížnosti a vysvětlit přínos pro práci učitele,
- vysvětlit, jak se v procesu řešení úlohy střídá konvergentní (sbíhavé) a divergentní (rozbíhavé) myšlení,
- uvést příklady úloh (a souvisejících pomůcek), jejichž cílem je procvičování, a příklady úloh, jejichž cílem je rozvoj matematického myšlení a dovednosti žáků řešit problémy,
- vyjmenovat vlastnosti učební úlohy, které souvisejí s obtížností úlohy pro žáka,
- vysvětlit pojem entropie úlohy, divergentní úloha, uvést příklad divergentní úlohy,
- vytvářet v relativně krátkém čase netradiční úlohy a pomůcky (nejen pro nadané) děti/žáky.

Časová náročnost 70 minut

Pojmy k zapamatování – důležité

Učební úloha, problémová úloha, divergentní úloha, entropie úlohy.

5.1 Učební úloha

Poznámka

Pojem **učební úloha** definují autoři odborné literatury různě. Chápeme učební úlohu v souladu s Průchou, Walterovou a Marešem (2009) jako „*každou pedagogickou situaci, která se vytváří proto, aby zajistila u žáků dosažení určitého učebního cíle*“. Matematická úloha je jakákoliv výzva k matematické činnosti (Kuřina, 2003).

5.1.1 Procvičování

Soustavné a časté procvičování dovedností je v matematice nezbytné. Automatizace poznaných postupů (nejen) v matematice uvolňuje žákovi prostor pro náročnější myšlenkové postupy (Hejny, Kuřina, 2001). Procvičování (dril) je někdy chápáno negativně, ale má ve výuce matematiky své místo, umožňuje žákovi pracovat rychleji, úsporněji, věnovat efektivně svou pozornost myšlenkově náročnějším operacím.

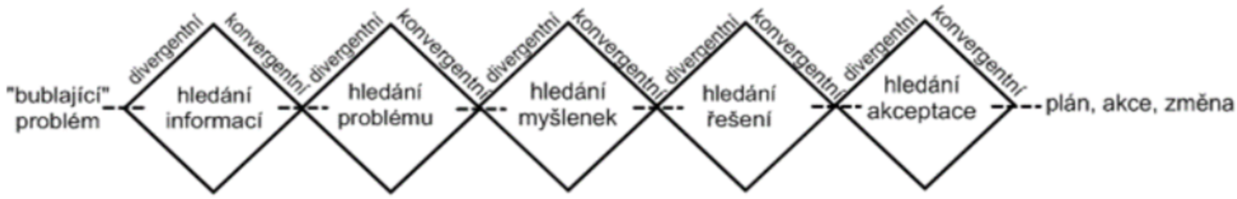
Pro nadané žáky jsou jako nevhodné označovány úlohy rutinního charakteru, ale i nadaní žáci musejí procvičovat matematické dovednosti. Nepotřebují však kvantitativně i kvalitativně stejné úlohy jako ostatní žáci.

Pro učitelovu efektivní přípravu úloh vhodných pro procvičování se osvědčilo založit si databázi (nebo položky v rámci pracovního portfolia) úloh a efektivních pomůcek, které splňují všeobecně známou zásadu „krátce a často“, navíc umožňují širší využití, a které se mu ve výuce osvědčily - např. různá číselná schémata, didaktické hry, jednoduché pomůcky.

Uveďte příklady takových činností/pomůcek:

5.1.2 Problémová situace

Obrázek 5: Proces řešení tvůrčího problému (Sisk, 1987, In Malinová, 2014)

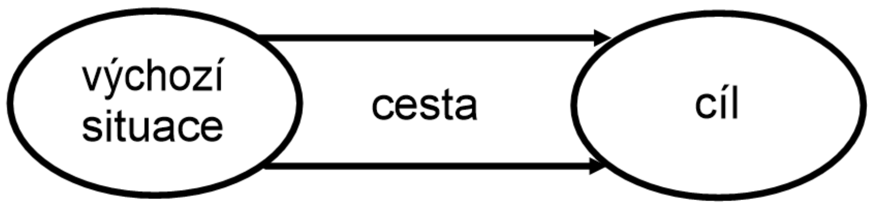


Učitel vytváří žákům problémové situace. Problémová situace se objeví, když vzniká nesoulad mezi dosavadními znalostmi a dovednostmi žáka a tím, co je třeba pro řešení zadané úlohy. Úloha vytvářející problémovou situaci se nazývá problém. U každého problému uvažujeme o tak zvané *míře neurčitosti*, která nám udává náročnost řešení problému. Tato míra neurčitosti se nazývá **entropie**. Entropie musí být přiměřená dosavadním znalostem žáka. Vysoká míra neurčitosti může zablokovat možnosti myšlení žáka a úloha je pro něj neřešitelná. Právě zde je třeba diferencovat zadání problému žákům dle jejich znalostí a dovedností. Učitel musí vědět, jaké má žák předpoklady k úspěšnému řešení problému.

Prof. Kopka (1999) ve své publikaci *Hrozny Problémů ve školské matematice* uvádí, že každý problém má tři složky, jsou to:

1. **Výchozí situace**, v níž jsou poskytnuty informace a popsány souvislosti.
2. **Cíl,** jehož chce řešitel dosáhnout.
3. **Cesta** od výchozí situace k cíli. Tato cesta pro řešitele může, ale také nemusí být zřejmá.

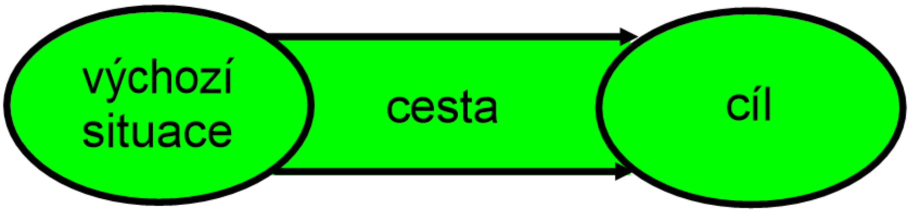
Grafické znázornění:



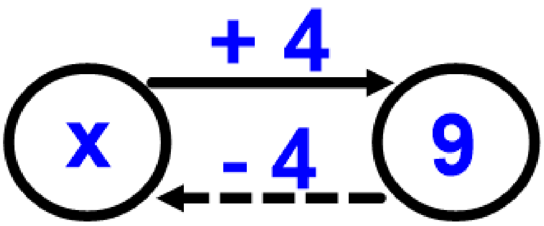
Podle toho, které z těchto tří složek jsou známy před započetím řešení problému, lze podle Kopky (1999) vymezit tři kategorie problémů:
- Cvičení (rutinní problémy),
- úlohy (nerutinní problémy),
- zkoumání.

1. **Cvičení (rutinní problémy)**
   - Výchozí situace je přesně popsána (situace je uzavřená),
   - cíl je přesně zadán (cíl je uzavřen),
   - cesta je známa.

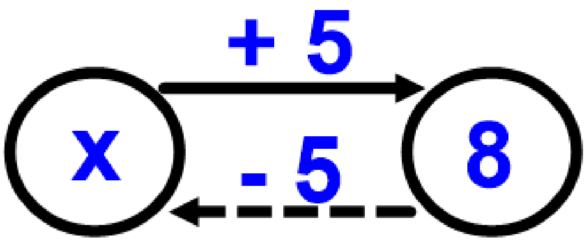
Grafické znázornění:



Příklad rutinního problému:
Žák umí vyřešit rovnici $x + 4 = 9$ a má za úkol vyřešit rovnici $x + 5 = 8$. V dané situaci se jedná o cvičení (rutinní problém). Žák zná vztah mezi sčítáním a odčítáním, na základě analogie cvičení úspěšně vyřeší. Lze využít grafického znázornění:



$$x = 9 - 4$$
$$x = 5$$

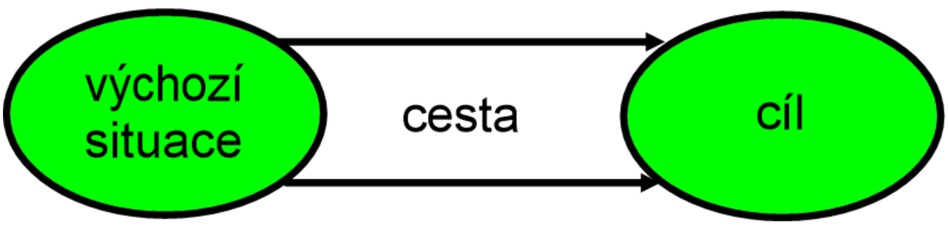


$$x = 8 - 5$$
$$x = 3$$

2. **Úlohy (nerutinní problémy)**

- Výchozí situace je přesně popsána (je uzavřená),
- cíl je přesně zadán (je uzavřen),
- cesta není známa.

Grafické znázornění:



Příklad nerutinního problému:
Žák umí určit písemný součet dvou dvouciferných čísel, např. včetně přechodů přes 10. Má nyní za úkol určit písemný součet dvou tříciferných čísel, který nikdy dříve neprováděl.

Žák umí vypočítat:

$$\begin{array}{r} 24 \\ +19 \\ \hline 43 \end{array}$$

Zadáme žákovi úlohu: *Písemně vypočítej*:

$$\begin{array}{r} 357 \\ +326 \\ \hline \end{array}$$

Slovní úlohy jako nerutinní problém

V řadě matematických úloh jde o to, abychom dokázali platnost (pravdivost) nějakého výroku. Podle toho, o jaký výrok jde, máme různé druhy úloh. Tak například úlohu, ve které máme dokázat platnost nějaké matematické věty, nazýváme důkazovou, úlohu, v níž máme vypočítat jedno nebo několik neznámých čísel vyhovujícím určitým podmínkám, nazýváme početní, úlohu, v níž máme sestrojit určitý geometrických útvar vyhovující zadaným podmínkám, nazýváme konstrukční apod.

Slovní úlohy jsou takové početní úlohy, ve kterých je souvislost mezi danými a hledanými čísly vyjádřena slovní formulací a v nichž je třeba na základě vhodné úvahy zjistit, jaké početní výkony je třeba provést s danými čísly, abychom došli k číslům, která máme vypočítat.

Poznámka

Mezi slovní úlohy nezahrnujeme úlohy, ve kterých je výslovně udáno, jaké početní výkony máme s danými čísly provést, i když je úloha formulována slovně. Například: Sečti čísla 3 a 8.

Slovní úlohy lze chápat jako nerutinní problém, kde je zadána výchozí situace, což jsou podmínky úlohy, otázky slovní úlohy určují cíl. Není známa cesta, jak k cíli dospět. To je právě problém, který žáci musí řešit.

Každá slovní úloha obsahuje podmínku (podmínky) a otázku (otázky). Podmínkou úlohy rozumíme úplný popis toho, oč v úloze jde, spolu s číselnými údaji, jež popsanou situaci charakterizují; otázka pak udává, co máme vypočítat. Abychom slovní úlohu vyřešili, je třeba vyjádřit hledaná čísla pomocí daných čísel a takto vyjádřená čísla vypočítat. To se muže dít dvojím způsobem:

1) Aritmeticky (úsudkem) – hledaná čísla vyjádříme pomocí daných čísel přímo.
2) Algebraicky (rovnicí nebo soustavou rovnic)-hledaná čísla vhodně označíme a sestavíme rovnici nebo soustavu rovnic.

Řešení úsudkem bývá často obtížné, řešení rovnicí nebo soustavou rovnic bývá jednodušší. Proto, nevíme-li si rady, jak řešit danou úlohu úsudkem, můžeme ji řešit nejdříve rovnicí (soustavou rovnic) a z nalezeného výsledku hledat, jak máme úlohu řešit úsudkem.

Postup při řešení slovní úlohy:

1) **Rozbor slovní úlohy** (stručný záznam zadání úlohy, případně některý způsob grafického znázornění, ujasnění si podmínek a otázek slovní úlohy)
2) **Matematizace reálné situace** (vyjádření struktury úlohy matematickou symbolikou, např. rovnicí, nerovnicí, numerickým příkladem).
3) **Řešení úlohy matematickým aparátem** (řešení rovnice anebo nerovnice,, numerický výpočet, grafické řešení).

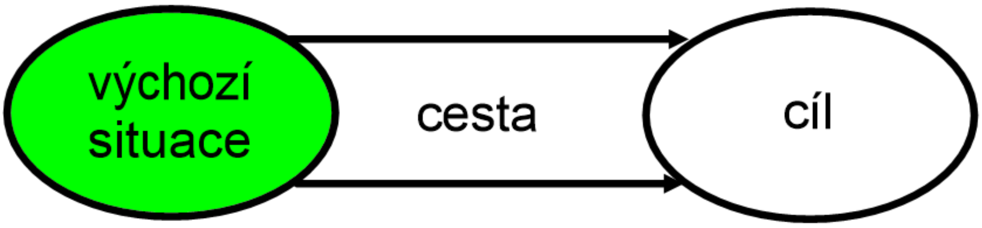
4) **Kontrola správnosti řešení** (kontrola numerických výpočtů, posouzení reálnosti řešení, kontrola dosazením do textu slovní úlohy, zda řešení odpovídá podmínkám slovní úlohy).
5) **Formulace slovní odpovědi na otázku** (otázky) slovní úlohy.

3. Zkoumání

Stále více se v didaktice matematiky objevuje pojem *zkoumání.*

- Výchozí situace je přesně popsána,
- cíl není přesně zadán nebo není zadán vůbec,
- cesta k cíli není známa.

Grafické znázornění:



„Je těžké mít dobrý nápad, když z dané oblasti známe málo a je nemožné ho mít, pokud neznáme nic. Dobré nápady jsou založeny na minulých zkušenostech a dříve získaných znalostech“. (G. Polya)

Příklady matematického zkoumání (1)

Žák má dosadit za proměnnou □ znaménka operací +, - a najít a zkoumat výsledky, které získá:

2 □ 1 =

Tento problém má nízkou entropii (nízkou míru neurčitosti). Jsou pouze výsledky 3 a 1. Zvýšíme entropii úlohy přidáním dalších objektů číselného výrazu s proměnnou:

4 □ 2 □ 1 =

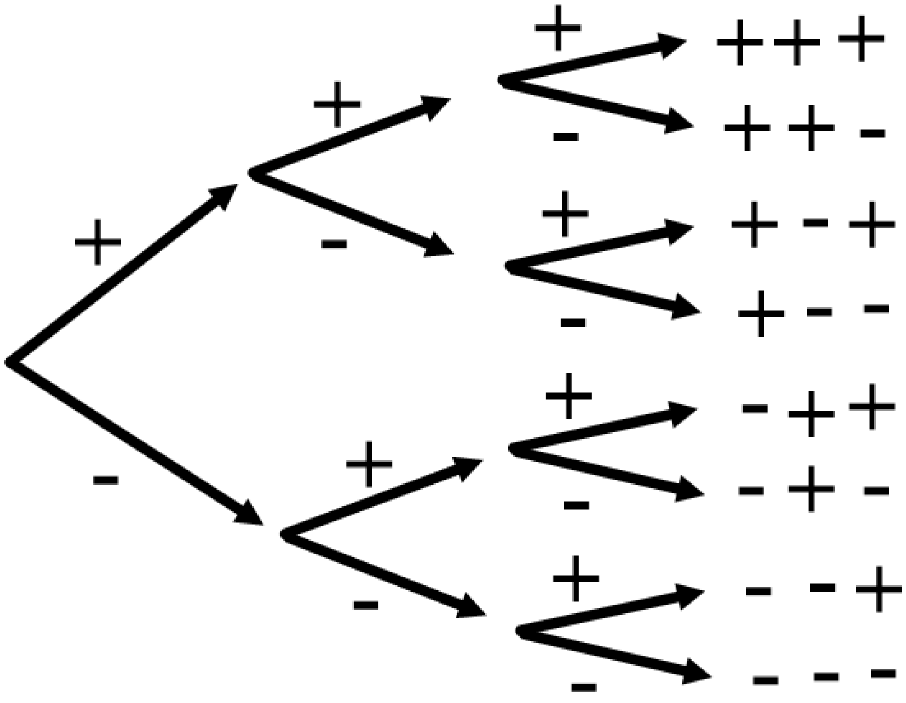
Žák již musí více přemýšlet, jak dosadit + a -, aby zachytil všechny možnosti. Výsledky jsou 7, 5, 3, 1.

Zvýšíme entropii ještě více:

8 □ 4 □ 2 □ 1 =

Žák hledá systém, jak dosadit všechny možnosti +, - . Může využít *strom logických možností* (obrázek 6).

Obrázek 6: Schéma - strom logických možností



Učíme žáky efektivně využívat tabulky a schémata. V této úloze lze sestavit přehlednou tabulku (tabulku si doplňte):

8	□	4	□	2	□	1	=	
	+		+		+			15
	+		+		-			13
	+		-		+			
	+							

Je zde osm možností. Výsledky jsou 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.

Žák zkoumá výsledky, přemýšlí, jak získá nejmenší, případně největší výsledek, kdy je výsledek sudý/lichý apod.
Žák dojde úsudkem k tomu, že určí maximum 15 a minimum 1.
8, 4, 2 jsou sudá čísla, takže jejich součet resp. rozdíl je vždy číslo sudé. Připočte-li nebo odečte liché číslo 1, výsledek musí být vždy číslo liché.

Úloha 8

Obdobně by i analogií žák vyřešil úlohu s ještě větší entropií a to:

16 □ 8 □ 4 □ 2 □ 1 =

Určete, zda výsledky budou liché či sudé.
Najděte největší a nejmenší výsledek.
Kolik různých výsledků můžeme získat?

Navrhněte podobnou úlohu, měňte její míru neurčitosti, zvyšujte či snižujte entropii.

Příklad matematického zkoumání (2)

*Jako všechno, i aritmetika má jak svou hravou, tak i svou vážnou tvář. (*Strogatz, 2014)

Čísla si mohou malé děti představit konkrétněji, než je obvyklé pro školskou matematiku, jako množinu konkrétních předmětů, např. skupinu kamenů.

Číslo 5 může být zastoupeno takto:

S čísly reprezentovanými hromádkami kamenů si děti mohou hrát a zkoumat jejich vlastnosti.

Úloha 9

Uvažujme čísla od 1 do 10 reprezentované hromádkami kamenů. U které z hromádek mohou být kameny uspořádány do tvaru čtverce?

Jsou to množiny kamenů, které reprezentují čísla 4 a 9.Jsou to tzv. čtvercová čísla. (Patří sem i číslo 1.) Obdobně děti mohou skládat čísla trojúhelníková nebo např. zkoumat čísla sudá a lichá, a také vlastnosti jejich součtu.

Příklad matematického zkoumání (3)

Úloha 10

Zkoumejme součty prvních několika za sebou jdoucích lichých přirozených čísel: 1,3,5,7,9,11,13,15,17,… Doplňte si zápis:

1+3=**4**

1+3+5=**9**

1+3+5+7=**16**

1+3+5+7+9= …

……………………………..

…………………………………………..

Čím jsou zajímavé výsledky?

V určité chvíli, přijdeme na to, že se jedná o tzv. čtvercová čísla nebo objevíme, že se jedná o druhé mocniny počtu sčítaných čísel a radostně zvoláme „Našel jsem!“, řecky „Heuréka!“. Proto se tento způsob hledání nazývá **heuristická strategie.**
Dopřejme žákům *dostatek času* na samostatnou práci, aby mohli sami zkoumat součty lichých čísel. Pokud si sami nevšimnou, že se jedná o čtvercová čísla, můžeme jim nabídnout vizualizaci:

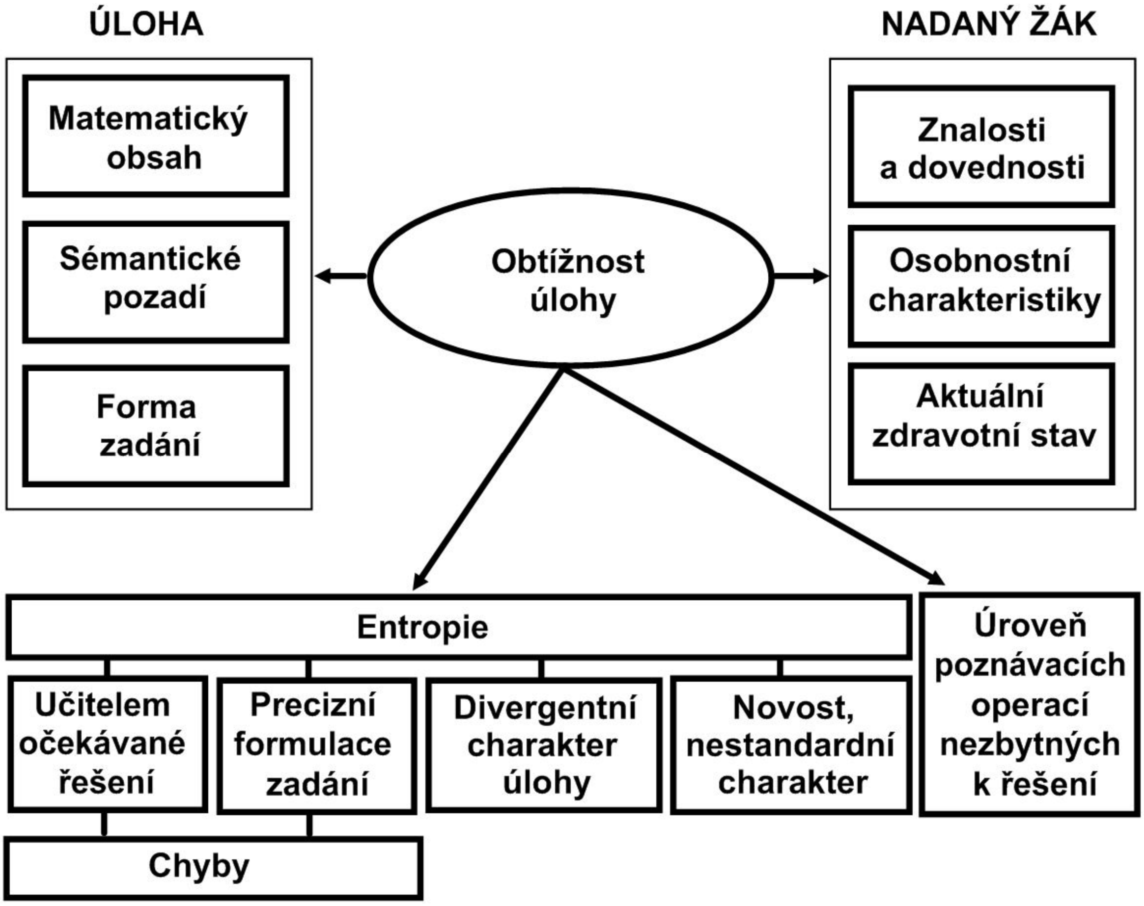
Poznámka

Vyjadřování čísel a početních operací s nimi s využitím kamenů má dlouhou historii, slovo kalkulace, kalkul, kalkulačka mají původ ve slově calculus (kámen používaný k počítání).

5.2 Vlastnosti učebních úloh

Na učební úlohy a jejich vlastnosti lze nahlížet z různých hledisek. Často je zmiňovaná obtížnost úlohy. Je třeba si uvědomit, v čem spočívá obtížnost pro žáka a také, že posuzování obtížnosti úlohy žákem a učitelem se liší. Malinová (2014) vytvořila pro posuzování obtížnosti úlohy pro nadaného žáka schéma, které lze využít obecně.

Obrázek 7: Schéma - obtížnost úlohy pro nadaného žáka, Malinová (2014)



V souvislosti s obtížností matematické úlohy je třeba zvažovat:
- matematický obsah úlohy,
- její sémantické pozadí (kontext, do něhož je úloha zasazena),
- formu zadání (slovní, s využitím obrázku, diagramu, modelu, zadání obsahující symboly zastupující matematické objekty, apod.).

Nesmí být opomenuty žákovy kompetence k řešení úlohy (znalosti a dovednosti, osobnostní charakteristiky), aktuální zdravotní stav.
Podle úrovně poznávacích operací nezbytných k řešení úlohy lze nahlížet na celou škálu úloh, od jednoduchých,vyžadujících pamětnou reprodukci nebo opakování rutinních operací, až po úlohy složité, k jejichž řešení je nezbytná tvořivost, divergentní myšlení. Při posuzování obtížnosti úlohy a zvažování jejího zařazení do učebního procesu doporučujeme konfrontovat úlohu s Bloomovou taxonomií kognitivních cílů a s taxonomií úloh dle Tollingerové.

Entropie
Obtíže žáka u konkrétní úlohy mohou souviset s entropií (s mírou neurčitosti) v různých kontextech.

Úloha 11

Vyřešte dvě početní úlohy:

$$3 + 7 = \ldots$$

$$\square + \square = 10$$

Porovnejte vlastnosti obou úloh. Obtížnost, konvergentní/divergentní charakter:

Početní úloha *Vypočítej 3 + 7 = …* má pro žáka prvního stupně základní školy nízkou entropii, žák zná ihned odpověď, která obsahuje jedno řešení. Zatímco úloha *Doplň čísla: □+□ = 10, najdi alespoň 4 řešení*, má míru neurčitosti mnohem vyšší, má divergentní charakter. Nejprve žáci řeší úlohu v oboru přirozených čísel, kde je počet řešení konečný, případně uvažují také nulu. Obvykle se ve třídě (i na prvním stupni základní školy) najde žák, který navrhne rozšířit obor o desetinná čísla, nebo dokonce o čísla záporná, a pak má úloha nekonečně mnoho řešení.

5.3 Tvorba úloh

Učitel při tvorbě úlohy postupuje v podstatě dvěma způsoby, v daném tematickém rámci:

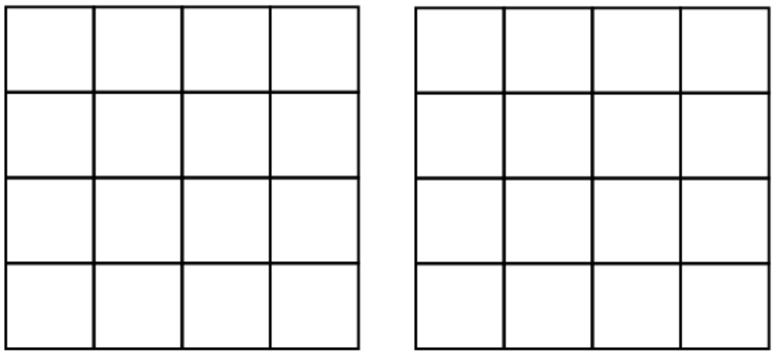
a) tvoří úplně novou úlohu
b) transformuje, přetváří již existující úlohu.

5.3.1 Metoda „A co když ne...?"

K vytváření úloh (nejen náročných úloh pro nadané)můžeme v matematice využít metodu „A co když ne..?“ tak, jak na ni odkazuje Patáková (2010):. Na rozdíl od analogických úloh, kde měníme kontext a ponecháváme matematický obsah, při použití metody „A co když ne...?“ měníme matematické jádro. Postupujeme v krocích:

- Fáze 0: Výběr výchozí úlohy. (Je vhodné vybrat spíš velmi jednoduchou úlohu, ne složitý či dlouhý matematický text).
- Fáze 1: Vytvoření podrobného seznamu vlastností výchozí úlohy.
- Fáze 2: Klademe si u jednotlivých položek seznamu otázku „A co když ne...?“ Nepopíráme je však ve smyslu negace,hledáme jiné další možnosti.
- Fáze 3: Formulujeme nové úlohy.
- Fáze 4: Novou úlohu vyřešíme, posoudíme její vlastnosti.

Ukázka (Malinová, Círus, 2011):
Text výchozí úlohy: Čtverec se skládá z 16 jednotkových čtverců. Rozdělte jej lomenou čarou na poloviny, aniž poškodíte jednotkové čtverce. Nalezněte alespoň pět řešení. (Cihlář, Zelenka, 1992)



Seznam vlastností výchozí úlohy:

1. Výchozí útvar je ***čtverec***.
2. Výchozí útvar dělíme na ***dvě*** části.
3. Části (nově vzniklé útvary) mají stejný ***tvar***.
4. Výchozí útvar dělíme ***jednou*** čarou.
5. Výchozí útvar dělíme ***lomenou*** čarou.
6. Výchozí útvar je složen z jednotkových ***čtverců***.
7. Výchozí útvar se skládá z ***16*** jednotkových čtverců.

   ...

Se zvýrazněnými slovy pracujeme jako s parametry.

Úloha 12

Změňte některé vlastnosti úlohy a formulujte úlohu novou. Úlohu vyřešte, zhodnoťte obtížnost úlohy pro žáka.

Úloha 13

Vytvořte seznam vlastností úlohy - běžného **sudoku,** parametry zvýrazněte. Vytvářejte nové úlohy, obtížnost úloh zvyšujte i snižujte. Vytvořte úlohy s různou obtížností vhodné pro **předškolní** děti. (Náměty lze najít v textu Malinové (2014a).)

5.3.2 Využití divergentního myšlení (a modelování)

Úloha 14

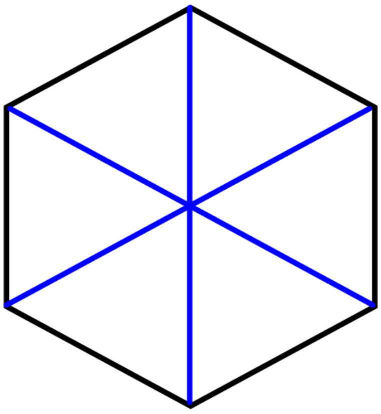
Rozdělte pravidelný šestiúhelník

a) na 6 shodných částí,

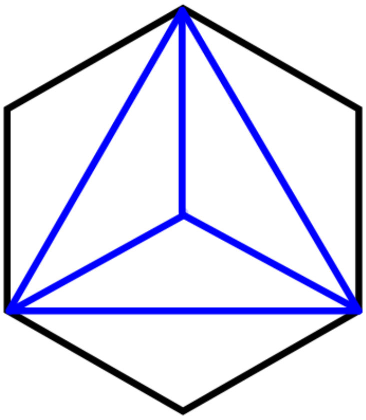
b) na 8 shodných částí.

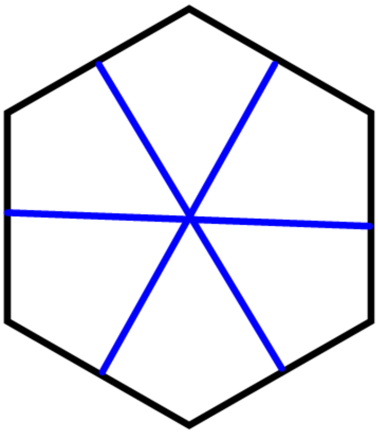
Metodické poznámky: Je velmi důležité dát žákům (posluchačům) dostatek času, nechat jim prostor pro vlastní objevování. Je chybou pedagoga, pokud je netrpělivý a spěchá, napovídá nebo prozradí řešení krátce po zadání úlohy.

Obvykle najdou žáci (či posluchači) ihned zřejmé řešení úlohy (a):

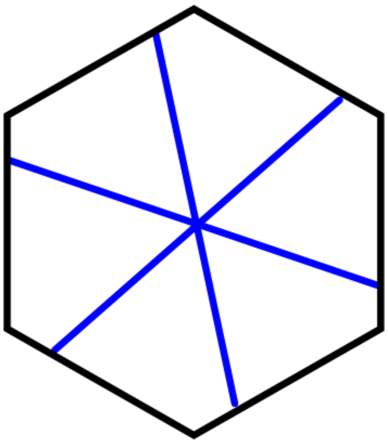


Zároveň však pokládají úlohu za vyřešenou a nehledají další možná řešení (k jejichž nalezení mají sice potřebné matematické znalosti, avšak v běžné výuce matematiky žáci nejsou vyzýváni k hledání více (všech) řešení.
Pokud žáci nejsou vedeni k vlastnímu objevování, sedí a dívají se bezradně do papíru. Učitel musí žáky povzbudit, aby si črtali obrázky a zkoušeli různé možnosti - obrázek, který není řešením úlohy, není chybou ve smyslu selhání žáka, ale přirozený krok na cestě hledání správného řešení.
Pokud dáme žákům dostatek času, některý z nich objeví např. níže uvedené řešení.
Pokud jej nakreslí na tabuli, aktivizují se i ostatní žáci ve třídě.

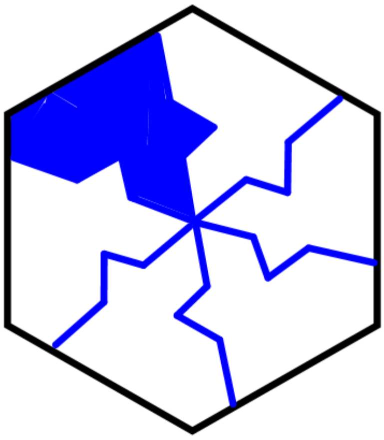




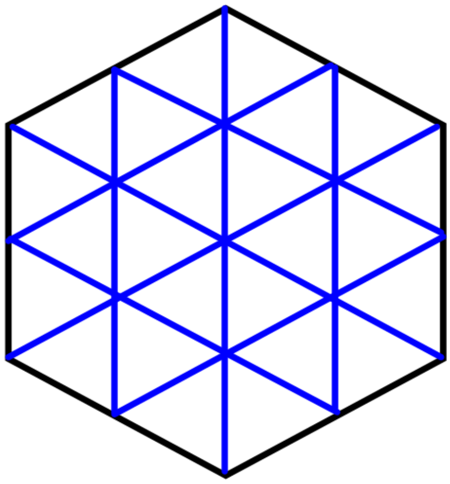
Postupně žáci objevují další možná řešení,zkoušejí měnit polohu čar:



Rovněž záhy zjistí (nebo jim učitel napoví), že čáry nemusejí být přímé. Žáci začínají generovat řadu nových odlišných řešení.



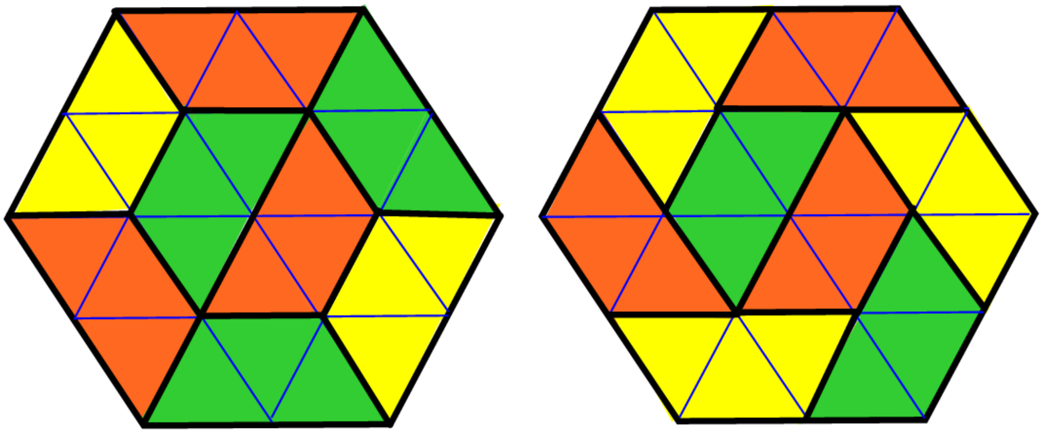
Pokud nikdo z žáků nenalezne řešení úlohy (b), nechejme jim *výrazně delší čas* (třeba i týden), aby si mohli úlohu promyslet, zkoušet samostatně nalézt řešení a *zažít radost z objevu*. Úloha je výrazně obtížnější než úloha (a), je vhodná pro žáky s intelektovým nadáním. Pokud potřebujeme žáky povzbudit a napovědět, pak je vyzveme, aby si rozdělili šestiúhelník na větší počet shodných útvarů:



Pokud sami neodhalí další krok, nespěcháme, necháváme prostor pro přemýšlení a samostatnou práci, postupně, zvolna klademe otázky, např.:

- Kolik je na obrázku jednotkových rovnostranných trojúhelníků?
- Je tento počet dělitelný osmi?
- Kolik jednotkových trojúhelníků připadá na jeden díl?

Dvě řešení, která obvykle žáci naleznou:

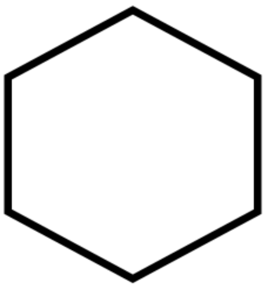


POZOR, úloha má nekonečně mnoho řešení! Naleznete některá další?

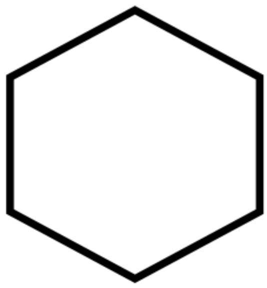
Součástí zadání mohou být obrázky šestiúhelníků. Prohlédněte si dvě varianty obrazové přílohy zadání. Jaký je mezi nimi rozdíl? Obsahují nějakou nápovědu, odlišnou informaci o řešení úlohy?

Varianta A:

a)

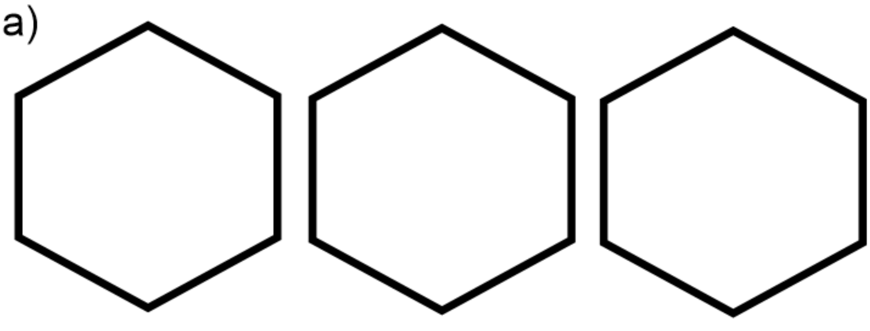


b)

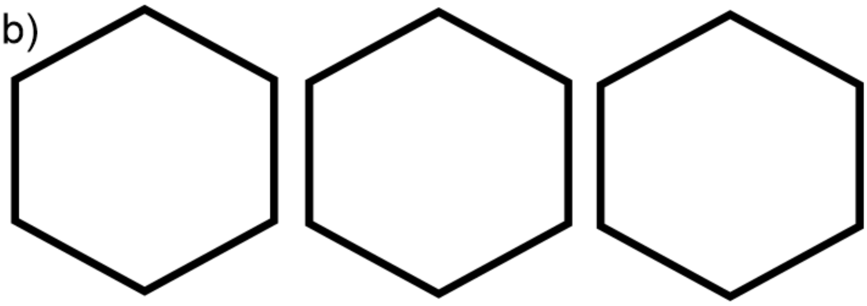


Varianta B:

a)



b)



Úloha 15

Navrhněte obměny úlohy 14. Měňte obtížnost dolů/nahoru. (Rozdělte čtverec, trojúhelník, kruh…

Algoritmus na výrobu skládanek pro děti/žáky
Úloha 16:

Na základě reflexe řešení úlohy 14 a 15 navrhněte algoritmus (návod) na výrobu skládanek rovinných geometrických útvarů. Podmínkou je, aby u konkrétní skládanky byly jednotlivé díly shodné útvary.
S využitím návodu si vytvořte 3 skládanky téhož geometrického útvaru (3 úlohy pro dítě) tak, aby měly různou obtížnost.

Námět pro řešení je v kapitole 6.2.1.

Souhrn

Učitel zvažuje řadu vlastností učební úlohy, kterou předkládá dítěti/žákovi, zejména obtížnost úlohy. K vytváření učebních úloh lze přistupovat dvěma hlavními způsoby: vytváříme zcela novou úlohu nebo přetváříme již existující úlohu. Metoda "A co když ne...?" nabízí učiteli možnost generovat v relativně krátkém čase řadu úloh, u nichž může efektivně měnit obtížnost a vytvářet tak sady úloh s odlišnou obtížností, současně také vytvářet náročné úlohy pro nadaného žáka. Tvorbu nových dílčích úloh mohou implikovat divergentní úlohy.

Kontrolní otázky

- Co je to učební úloha?
- Vyjmenujte vlastnosti úlohy. Jaké aspekty mohou ovlivňovat obtížnost úlohy pro dítě/žáka?
- Objasněte pojem *divergentní úloha*.
- Vysvětlete na příkladu, jak lze měnit entropii (míru neurčitosti) úlohy.
- Jaké výhody přináší učiteli tvorba úloh metodou „A co když ne...?“
- Vyjmenujte fáze procesu tvorby úlohy metodou „A co když ne...?“
- Uvažujte klasickou verzi hry sudoku. Vytvořte seznam vlastností úlohy, zvýrazněte parametry. Pomocí metody „A co když ne...?“ vytvořte nové neobvyklé úlohy.

Literatura

Použitá literatura

HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2001, 187 s. ISBN 80-717-8581-4.

KOPKA, Jan. *Hrozny problémů ve školské matematice*. Vyd. 1. Ústí nad Labem: Univerzita J. E. Purkyně, 1999, 194 s. Acta Universitatis Purkynianae. ISBN 80-704-4247-6.

KUŘINA, František. Matematika je řešení úloh. *Matematika, fyzika, informatika: časopis pro výuku na základních a středních školách*. Praha: SPN, 2003, roč. 13, č. 3.

MALINOVÁ, Dagmar; CÍRUS, Lukáš. Práce učitele na edukační nabídce pro nadaného žáka. In PĚCHOUČKOVÁ, Š. *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky: vědecká konference s mezinárodní účastí věnovaná matematickému vzdělávání v primární škole.* Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2011. s. 139-143. ISBN 978-80-7043-992-0.

MALINOVÁ, Dagmar. *Nadání je třeba rozvíjet. Metodická příručka pro pedagogické pracovníky.* (Text vytvořený v projektu CZ.1.07/1.2.35/02.0025). Most, 2013a, s. 56.

MALINOVÁ, Dagmar. Vhodná matematická úloha - výzva pro nadaného žáka. In: NOVOTNÁ, Jiřina. *Motivace nadaných žáků a studentů v matematice a přírodních vědách II*. Brno: MSD, 2013b, s. 85-98. ISBN 978-80-210-6635-9.

MALINOVÁ, Dagmar. Zmena náročnosti úlohy a princíp primeranosti. *Studia scientifica facultatis paedagogicae*. Ružomberok: Verbum, 2014a, XIII., č. 1, s. 56-64. ISSN 1336-2232. MESC: D40.

MALINOVÁ, Dagmar. *Mimořádně nadaný žák v primárním matematickém vzdělávání*. Olomouc, 2014b. Disertační práce. UP V Olomouci.

MELICHAR, Jan. *Dějiny matematiky*[online]. 2011 [cit. 2014-12-31]. Dostupné z:http://www.pf.ujep.cz/files/KMA_poznamkydidamat06.pdf

PATÁKOVÁ, Eva. *Metody tvorby úloh pro nadané žáky*. Praha: Karolinum, 2013. ISBN 978-80-7290-704-5.

PÓLYA, George. *How to solve it*: *a new aspect of mathematical method*. Bronx, NY: Ishi Press International, 2009, xxi, 253 p. ISBN 48-718-7830-9.

PRŮCHA, Jan a Eliška WALTEROVÁ, Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. 6., rozš. a aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-807-3676-476.

STROGATZ, Steven. *Radost z x*. Praha: Argo, 2014. ISBN 978-80-257-1138-5.

6 Tvořivost

Tvořivost chápaná jako sebeaktualizace patří k základním potřebám člověka, jako jsou potřeby fyziologické, potřeba lásky, sounáležitosti a uznání. (Honzíková, 2011, s. 9)

Definice tvořivosti

„Tvořivost (kreativita) je schopnost vytváření nových kulturních, technických, duchovních i materiálních hodnot ve všech oborech lidské činnosti. Tvořivost je aktivita, která přináší dosud neznámé a současně společensky hodnotné výtvory." (Königová, 2007).

Obsah

Cíle

Po prostudování této kapitoly a doporučené literatury dokážete:

- vysvětlit pojem tvořivost obecně i v pedagogickém kontextu (tvořivost žáka, tvořivost učitele),
- vyjmenovat subjektivní předpoklady a objektivní podmínky rozvoje tvořivosti, příp. bariéry tvořivé práce,
- vysvětlit souvislost divergentního myšlení a tvořivosti,
- vyjmenovat a stručně vysvětlit různé metody podpory tvořivosti u dětí předškolního i mladšího školního věku.

Časová náročnost 50 minut

Pojmy k zapamatování – důležité

Tvořivost, divergentní myšlení, serendipita.

6.1 Tvořivost a vzdělávání

Cílem vyučování není tvořivost, ale tvořivost je součástí procesu učení.(Kaslová, 2011)

Vytváření něčeho nového, čemu je přisouzena hodnota, tvorba jako objevení nového nás přirozeně přitahuje v různých oblastech lidské činnosti, i v oblasti vědy, včetně matematiky. Schopnost přinášet a rozvíjet nové myšlenky je v naší současné společnosti ceněna, člověku přináší konkurenční výhodu a lepší uplatnění v řadě povolání.
Tvořivost je v současném vzdělávání v řadě pedagogických (didaktických) aspektů opomíjena. Avšak je zřejmý odklon od transmisivně pojatého vyučování a snaha o implementaci heuristických metod. Jakým otázkám se v oblasti podpory tvořivosti (obecně, či v oblasti rozvoje matematického myšlení) věnovat?
Z pedagogických publikací i z autobiografií vědců či umělců vyjímá Kaslová (2011) jako důležité ve vztahu k tvořivosti: inspiraci, podněcování kreativity, nutný spouštěcí podnět, ale také vnímavost k němu; v kontextu českého školství a didaktiky matematiky pak vnímá v reakci na uniformitu školství snahu o nepotlačování dětské tvořivosti a podněcování objevování.

6.1.1 Podmínky pro rozvoj tvořivosti dítěte/žáka

Mezi subjektivní předpoklady rozvoje tvořivosti patří - vnímání, pozorování (záměrné, cílevědomé vnímání věcí a jevů), představivost (vytváření představ pamětných či fantazijních). Významné objektivní podmínky rozvoje tvořivosti:
Vztah mezi učitelem a žákem, styl učitelovy výuky. Autoritativní typ učitele nevytváří podmínky pro rozvoj tvořivosti žáka. Dítě, které má strach z učitele nebo z toho, že udělá chybu, nemůže riskovat. Odvaha riskovat je jedním z nutných předpokladů tvořivosti.
Motivace žáků. Učitel se snaží probudit u žáků zájem o téma, o problém a zájem a pozornost žáků udržet.
Respektování osobnosti žáka. Žáci mají při vzdělávání různé potřeby. Některé děti dávají přednost samostatné práci, jiné potřebují své kroky, své nápady konzultovat se spolužáky. Žáci potřebují při soustředění na svou práci klid, učitel by je neměl zbytečně rušit dalšími instrukcemi nebo hovorem s jinými žáky.
Rozvíjení zvídavosti, podpora touhy po poznání. Otázky ve škole mohou klást učitelé i děti.
Rozvíjení ochoty riskovat. K tvorbě je nutná odvaha, ochota riskovat. Učitel by měl vytvářet ve výuce emočně bezpečné prostředí, aby děti neměly strach vymýšlet a sdělovat originální řešení, ale i nevšední otázky.
Spravedlivé hodnocení. U tvořivých činností nelze hodnotit jen finální produkt, ale je třeba ocenit i originální nápady i v průběhu řešení, či náměty na uplatnění výsledku činnosti.
Podpora tvořivých jedinců. Učitelé znají své žáky, velmi tvořivým žákům by měl učitel poskytnout individuální úlohy.
Klima školy a třídy a pracovní prostředí. Tvořivost žáků ve škole ovlivňují vztahy ve škole, celkové klima koly, ale i esteticky laděný příjemný prostor (učebny, chodby a jiné prostory školy), ve kterém tráví děti velkou část všedních školních dnů.
(Honzíková, 2011)

6.1.2 Náměty pro rozvoj tvořivosti

Divergentní (rozbíhavé nebo též tvůrčí) myšlení nabízí žákům příležitost jak objevit v každé situaci více než je běžné (Melichar).

Při tvorbě, při vytváření či objevování nového se významně uplatňuje divergentní (jinými slovy rozbíhavé, kreativní či tvůrčí) myšlení.Ve vzdělávání se týká tvořivost nejen dětí/žáků, ale i učitele.

Tvořivost v práci učitele má řadu aspektů. Učitel může nalézt nové impulsy pro svou práci, že se bude zajímat o nové poznatky např. v didaktice matematiky (pop-up geometrie, výuková prostředí, využití ICT - námětů od učitelů z různých koutů světa, nové didaktické hry), bude "nově" pohlížet na známé věci a jevy a tím trozvíjet svou tvořivost.

Studentům například ukážeme souvislost obyčejné borové šišky s Fibonacciho posloupností, spirálami (šroubovicemi), fraktály.

Poznámka

Rozvíjet kreativní myšlení lze procvičováním serendipity, schopnosti přicházet na nečekané a cenné objevy náhodou. Slovo serendipita je odvozeno od pohádky Tři princové ze Serendipu, princové v této pohádce, stejně jako řada jiných postav v jiných pohádkách, nalézají cenné věci, které ale vůbec nehledali. Objevitel by neměl úzce zaměřit své myšlení, ale naopak, měl by rozšířit svůj úhel pohledu, aby mu neuniklo něco důležitého, co v danou chvíli pokládá za nepodstatné. (Adair, 2011)

Připomeňte si, jakou roli sehrála serendipita při objevu např. penicilinu nebo Ameriky K. Kolumbem.

6.2 Tvořivost a matematické vzdělávání

Matematika není divácká disciplína.
Žák musí více produkovat než reprodukovat.
Vlastní aktivní práce žáka mu přináší radost z objevu. (J. Melichar)

Pokud je tvorba chápána jako přinášení něčeho nového, pak je zřejmé, že matematika, které se věnují předškolní děti nebo žáci na prvním stupni základní školy, není nová. "*Hotová matematika je mrtvá matematika*"; učitelé věnují úsilí, aby matematiku pro žáky "oživili", vytvářejí matematické úlohy - různé problémy a situace, aby umožnili žákům aktivně objevovat, učit se, ukazují jim různé zajímavosti a užití matematiky ve světě kolem nás. Žák by měl přijmout to, že nebude učen, ale bude se angažovat v činnostech, které mu nabízejí učit se matematice. Učitel by měl vytvářet situace, kde je žákovi umožněno učit se matematice, objevovat (pro žáka) nová řešení. (Sarrazy, 2011).

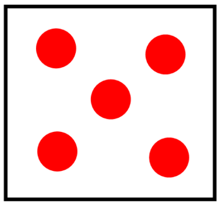
Těžko můžeme předpokládat, že se žákovi v běžné situaci podaří vytvořit něco jedinečného. Význam je v žákově vynaloženém úsilí, v tom, že v průběhu tvůrčího procesu musel řešit určité problémy, že tím své znalosti a schopnosti posunul o kousek výše a konečně i skutečnost, že celý proces uvedl do zdárného konce. Tvořivost úzce souvisí s divergentním myšlením. Při řešení úloh můžeme postupovat konvergentním anebo divergentním myšlením.

Konvergentní (sbíhavé) myšlení se uplatňuje v úlohách s jedním správným řešením nebo v úlohách s konečným počtem správných řešení. Správná řešení vždy logicky vyplývají z daných informací v úloze. Je to tedy takové myšlení, při kterém se logicky a algoritmicky postupuje ke správnému závěru.

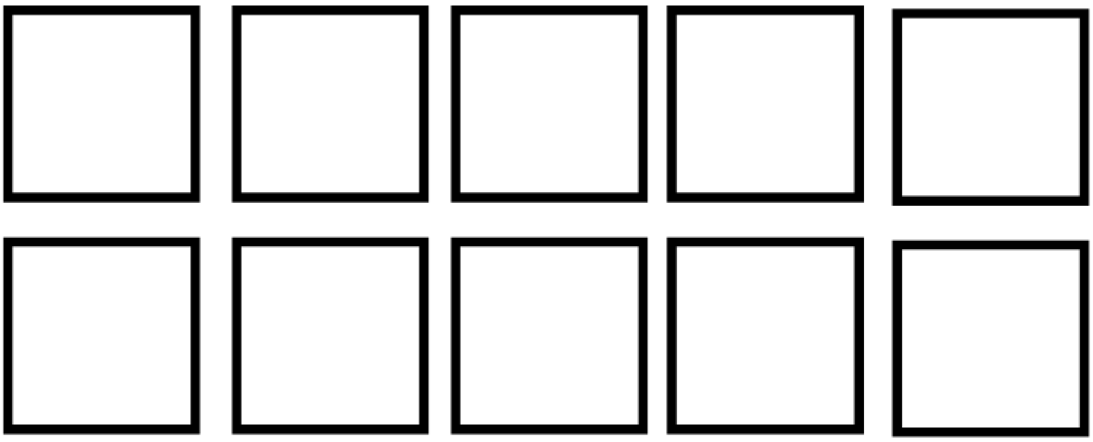
Pojetí tvořivosti v rámci rozvoje matematického myšlení dětí ve věku 4-10 let má svá specifika. Tématu se věnovala ve svém výzkumu Kaslová (2011), zbývala se otázkou, zda je dítě v mateřské škole schopno tvořivosti v rámci rozvíjení (před) matematické gramotnosti, zda různá řešení úlohy jsou "jen" spontánně vytvořenou obměnou, či jsou projevem tvořivosti. Každé dítě ze zkoumané skupiny dostalo kartu ve tvaru čtverce a šesti puntíky zakreslenými ve známé konfiguraci jako na hrací kostce. Úkolem dětí bylo na další čtvercové karty zakreslit puntíky ve stejném počtu, ale v jiné vzájemné poloze. Předškolní děti bez odkladu docházky jich zvládly minimálně 10.

Úloha 17 (námět Kaslová, 2011)

Zakreslete do čtverce kruhy ve stejném počtu, ale v jiné konfiguraci (v jiném vzájemném postavení) než na obrázku:



Najděte alespoň 10 řešení. Nový obrázek, který vznikne pouhým pootočením čtverce s kruhy, není dalším řešením.



Pokud vás napadají další řešení, kreslete na volný list papíru. Porovnejte svá řešení s řešeními ostatních studentů. Máte k úloze nějaké otázky? Jak jste postupovali? Začínali jste vyvářet nové řešení (nový obrázek) od začátku nebo jste vycházeli z předchozích řešení a měnili jen polohu některých kruhů? Jsou některé obrázky symetrické?

Odpovězte, zda má úloha konvergentní či divergentní charakter, krátce zdůvodněte:

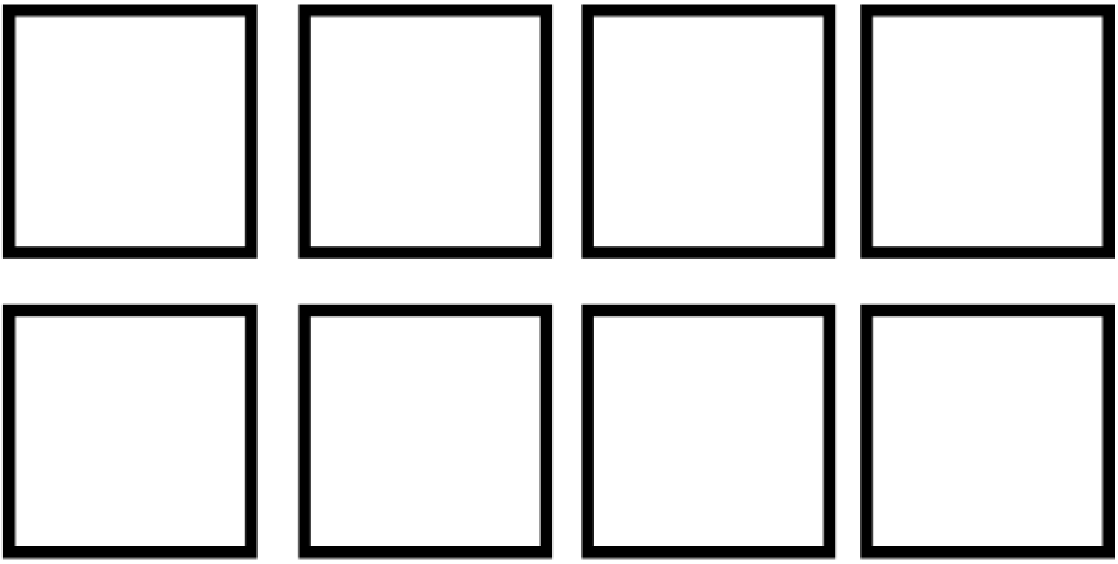
6.2.1 Divergentní matematické úlohy

Jako divergentní úlohu chápeme úlohu, k jejímuž správnému řešení vede více cest, případně má úloha více řešení, a při řešení se zásadním způsobem uplatňuje divergentní myšlení. Divergentní myšlení nevede k jedné správné odpovědi, ale vyžaduje vygenerovat co nejvíce návrhů, alternativ či možných řešení; v konečném důsledku může vést po zhodnocení k jednomu řešení (Zelina, Zelinová, 1990). Při řešení matematické úlohy se v různých fázích může uplatňovat divergentní i konvergentní myšlení.

Vyřešte následující úlohu a zamyslete se nad tím, zda divergentní úlohy skýtají možnosti pro rozvoj žáků s různou úrovní matematických schopností.

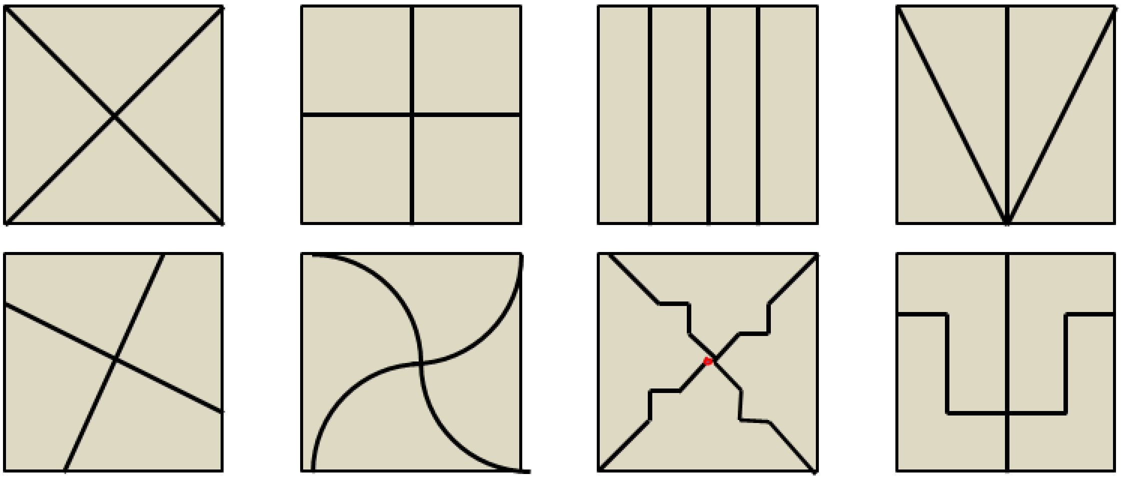
Úloha 18

Rozdělte čtverec na 4 shodné části. Najděte více řešení. (Shodné části mají stejný tvar a velikost. Nový obrázek, který vznikne pouhým pootočením čtverce není dalším řešením.)



Mají některá řešení něco společného?
Napište, zda má úloha konvergentní či divergentní charakter, krátce zdůvodněte:

Ukázky možných řešení:



Poznámka

Námět pro tvorbu úloh - skládanek geometrických útvarů. Z kartonu či čtvrtky vystřihněte čtverce. Každý čtverec rozdělte na 4 shodné části. Můžete vytvořit neobvyklé skládanky pro děti. Zamyslete se nad tím, jak lze měnit obtížnost úlohy pro děti, zvážíme-li možnosti:
- využití barev (papírový model čtverce má z každé strany jinou barvu, obvod čtverce je zvýrazněn barvou, každý čtverec má jinou barvu, příp. díly jednoho čtverce mají různou barvu),
- tvar čáry, která odděluje části čtverce (při výrobě lze využít vlastní šablonu),
- využití symetrických (nesymetrických) dílů (částí čtverce).
- jiný počet shodných částí, na které čtverec dělíme,
- výchozím útvarem není čtverec.

Souhrn

Tvořivost (kreativita) je obecně schopnost přinášet nové, dosud nepoznané hodnoty, které jsou společností ceněny. Tvořivost v matematice má své důležité místo v práci žáka i v práci učitele. K podpoře tvořivosti žáků mohou přispět úlohy, které mají divergentní charakter.

Kontrolní otázky

- Definujte tvořivost.
- Jaká specifika má tvořivost v matematice?
- Objasněte spojitost divergentního myšlení a tvořivosti.
- Proč je potřeba k tvořivosti odvaha?
- Uveďte příklad divergentní úlohy. Ukažte v čem spočívá její divergentní charakter.

Literatura

Doporučená literatura:

Tvořivost v počátečním vyučování matematiky: vědecká konference s mezinárodní účastí věnovaná matematickému vzdělávání v primární škole . Editor Šárka Pěchoučková. Plzeň: ZU v Plzni, 2011. ISBN 978-807-0439-920.

BUZAN, Tony. *Myšlenkové mapy pro děti: rychlá cesta k úspěchu nejen ve škole*. 1. vyd. Brno: BizBooks, 2013, ix, 120 s. ISBN 978-80-265-0121-3.

BUZAN, Tony a Barry BUZAN. *Myšlenkové mapy: probuďte svou kreativitu, zlepšete svou paměť, změňte svůj život*. Vyd. 1. Brno: Computer Press, 2011, 213 s. ISBN 978-80-251-2910-4.

BUZAN, Tony. *Síla kreativní inteligence: 10 cest k pramenům vašich tvůrčích schopností*. 1. vyd. Překlad Hana Krejčí. V Praze: Columbus, 2002, 126 s. ISBN 80-724-9131-8.

HONZÍKOVÁ, Jarmila. Úroveň tvořivých schopností na základní škole, subjektivní předpoklady a objektivní podmínky rozvoje tvořivosti. In: *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky:* Plzeň: ZU v Plzni, 2011, s. 9-23. ISBN 978-807-0439-920.

KÖNIGOVÁ, Marie. *Tvořivost: techniky a cvičení*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2007, 188 s. Psychologie pro každého. ISBN 978-802-4716-527.

LOKŠOVÁ, Irena a Jozef LOKŠA. *Teória a prax tvorivého vyučovania*. Prešov: ManaCon, 2001. ISBN 80-890-4004-7.

MALINOVÁ Dagmar. Divergentní matematická úloha. In: UHLÍŘOVÁ, M. *Acta Universitatis Palackianae Olomucensis*: *Matematika6. Matematické vzdělávání v primární škole – tradice, inovace.* Olomouc: UP, 2014, s. 137-140. ISBN 978-80-244-4062-0. ISSN 0862-9765.

SARRAZY, Bernard. Tvorba v matematice: Nezbytná iluze?. In: *Tvořivost v počátečním vyučování matematiky:* Plzeň: ZU v Plzni, 2011, s. 9-23. ISBN 978-807-0439-920

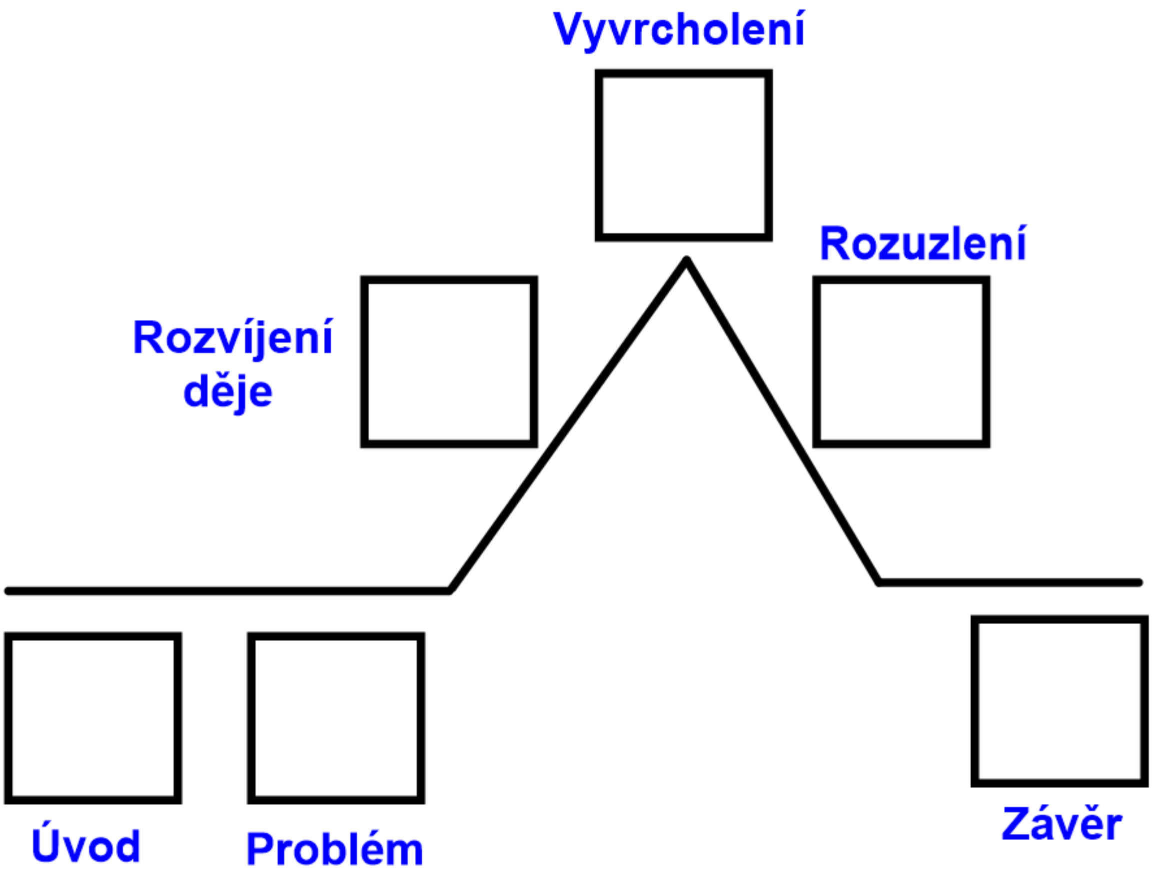
Použitá literatura:

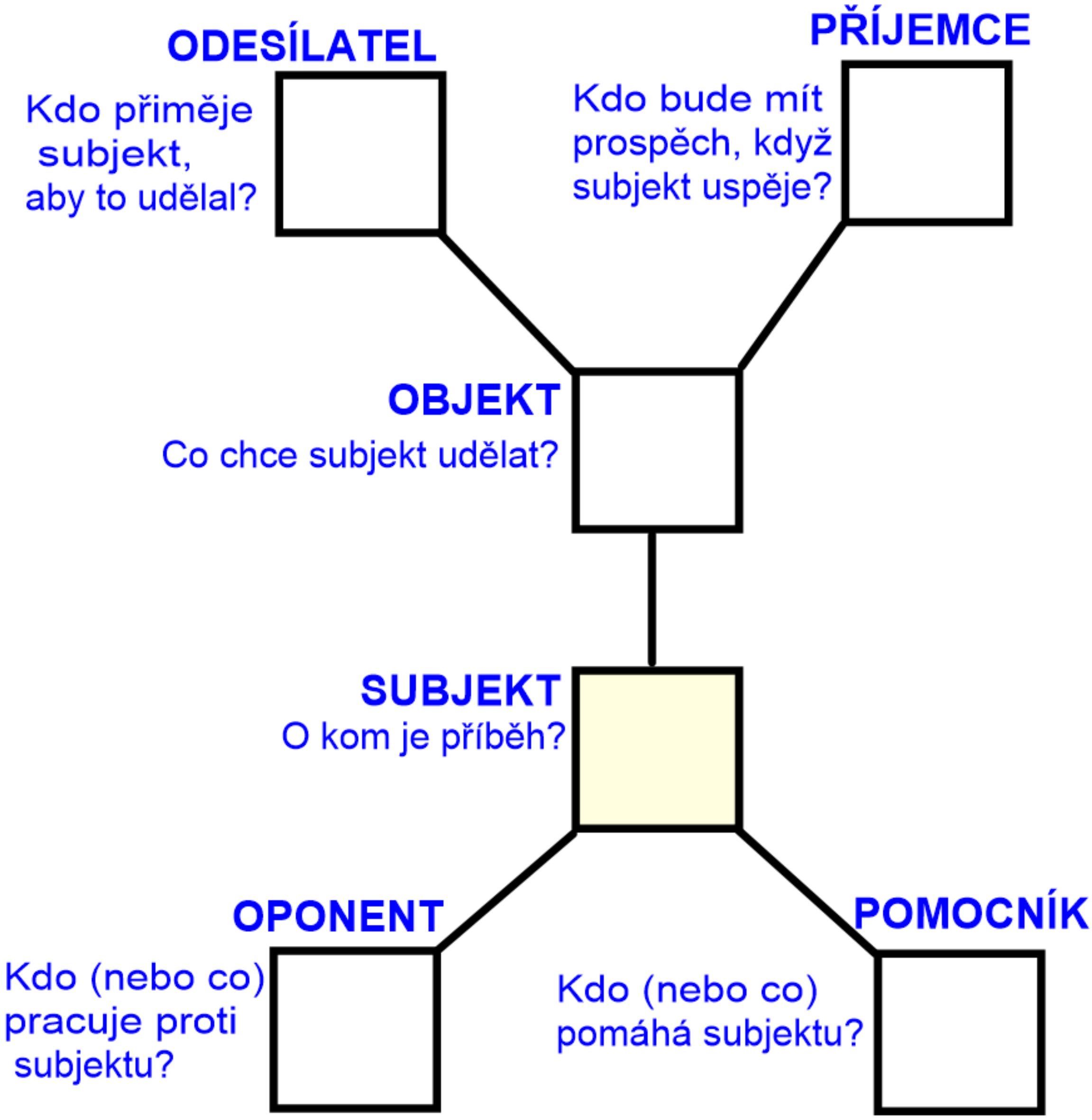
ADAIR, John Eric. *Umění kreativního myšlení: jak být inovativní a rozvíjet skvělé myšlenky*. Vyd. 1. Brno: Computer Press, 2011. ISBN 978-80-251-3004-9.

KÖNIGOVÁ, Marie. *Tvořivost: techniky a cvičení*. Vyd. 1. Praha: Grada, 2007, 188 s. Psychologie pro každého. ISBN 978-802-4716-527.

ZELINA, Miron a Milota ZELINOVÁ. *Rozvoj tvorivostidetí a mládeže*. Vyd. 1. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladatel'stvo, 1990, 130 s. ISBN 80-080-0442-8.

Příloha: STRUKTURA PŘÍBĚHU





* Námět pro tento pracovní list je z přednášky na téma story-telling v rámci projektu Erasmus v Klagenfurtu (2014) od Dr. Daniela Alastaira z University of Winchester.