

Rozvoj logického a funkčního myšlení v matematice

Matematické myšlení

Myšlení je nejvyšší forma aktuálního odrazu objektivní skutečnosti, spočívající v cílevědomém, zprostředkovaném a zobecněném poznávání podstatných souvislostí a vztahů předmětu subjektem, ve vytváření nových idejí, v předvídání událostí a činů lidí.

Myšlení vzniká a realizuje se v procesu kladení a řešení praktických i teoretických problémů. Myšlení se opírá o smyslovou zkušenost, avšak na rozdíl od smyslového odrazu, jeho výsledky přepracovává, poskytuje možnost získávat poznatky o takových vlastnostech a vztazích předmětů, jež jsou bezprostřednímu smyslovému poznání nedostupné.

Úroveň myšlení zaručují **vlastnosti myšlení**: a) **kritičnost** myšlení – znamená pečlivě zvážit obsah pojmů, se kterými budeme operovat, kriticky posoudit, zda zvolený způsob řešení je nejhodnější a umožní objektivní úsudek, b) **pružnost** myšlení – se projevuje snahou opustit při řešení úlohy neúčinnou realizaci a hledat nový způsob, zvláště při změně podmínek a nové situace, c) **šíře** myšlení – předpokládá na základě dostatečných informací vidět četnější možnosti řešení a případně i důsledky, které z nich vyplývají, d) **rychlost** myšlení – závisí na zdatnosti vybrat pohotově ze zásoby paměťového systému údaje zajišťující správné a logické myšlení.

Proces myšlení se opírá o určité myšlenkové operace. K základním operacím myšlení patří **srovnávání a analogie** (podobnost), **rozlišování**, **generalizace** (zevšeobecnění) a **abstrakce** (myšlenková činnost, při níž se cestou analýzy určitých jevů či pojmů vytvářejí obecné poznatky).

Matematické myšlení vychází ze znalosti matematických pojmů (definice, věta, axiom, předpoklad a tvrzení věty, věta obrácená, důkaz věty, výrok, výroková forma, množina, relace, operace, rovnice, rovnost, nerovnice, nerovnost, atp.), ze znalostí matematických teorií (matematická logika, teorie množin, statistika, pravděpodobnost, teorie řešení rovnic, infinitesimální počet, geometrie, teorie algebraických struktur, atp.), matematické terminologie, matematické frazeologie a znalostí matematické symboliky.

Zopakujeme si i co je matematika. Známa definice uvádí, že matematika je věda o kvantitativních stavech a vztazích a o prostorových formách objektivního světa. Slovník spisovné češtiny pro školu a veřejnost (ACADEMIA 1978) říká, že matematika je věda, která tvoří pojmy abstrahované z obecných vztahů hmotného světa (čísla, útvary) a stanoví jejich obecné zákonitosti.

Myšlení a jazyk

Myšlení a jazyk jsou vzájemně spjaté jevy, kdy myšlení jako nejvyšší forma odrazu skutečnosti se vyjadřuje a realizuje pomocí jazyka. Myšlení je spojeno s jazykem, fyziologicky je myšlení i jazyk podmíněno druhou signální soustavou a slouží poznávání světa a komunikaci mezi lidmi. Jazyk je způsobem existence myšlení, jeho fyzickým nositelem.

Nejstarší známá definice věty ještě z antiky je „*Oratio est ordinatio dictionum sententiam perfectam demonstrans*“, což značí, že „**Věta** je souvislé seřazení slov vyjadřujících hotovou myšlenku“. Většina publikací českého jazyka uvádí, že „**Věta** je slovní vyjádření myšlenky“.

Podle akademické České mluvnice (Havránek, Jedlička) dělíme druhy vět podle postoje mluvčího na věty oznamovací, tázací, žádací a zvolací. **Věta oznamovací** něco tvrdí, oznamuje, **věta tázací** vyjadřuje otázku, **věta žádací** vyjadřuje rozkaz, zákaz, vybídnutí, žádost nebo přání, aby se něco uskutečnilo. **Věta zvolací** vyjadřuje citový poměr k tomu, co se jí říká, například radost nad něčím, zármutek z něčeho, podiv, opovržení, hrůzu, ošklivost a j.

Základy logiky

K tomu, abychom mohli pochopit další základní matematické pojmy, je třeba si zopakovat základy logiky. Základy logiky jsou i nutnou znalostí k tomu abychom si uvědomili co je to logické myšlení. Logické myšlení je takové myšlení, které vychází ze znalostí základů logiky.

Logika a mateřský jazyk

Logické myšlení úzce souvisí s pojmem výroku a rozhodováním o jeho pravdivosti, či nepravdivosti. Věta je jazykové vyjádření myšlenky. Tedy logické myšlení úzce souvisí s mateřským jazykem, vyjadřováním se ve větách a určováním jejich pravdivosti, anebo nepravdivosti.

Výrok

Základním pojmem logiky je pojem **výroku**.

Výrokem nazveme každou oznamovací větu, která srozumitelně oznamuje něco, co může být jen pravdivé, anebo nepravdivé.

Zde vidíme, proč jsme popsali druhy vět a k čemu je nám oznamovací věta k užítku.

Slovo „výrok“ se běžné chápe jako pamětihodná věta nějaké osobnosti, anebo jako usnesení soudu, anebo jako sdělení komise znalců, a podobně. To vzbuzuje dojem, je pravdivé, nevyvratitelné tvrzení. I Slovník spisovné češtiny pro školu a veřejnost (Akademia Praha 1978, 501-21-857) uvádí na str.649 **výrok 1. vyjádření myšlenky slovy**: ve svých výrocích je unáhlený; slavný výrok řeckého filozofa; okřídlený výrok, **sentence 2. rozhodnutí, rozsudek**: soudní výrok, výrok komise.

Většina lidí je v domněn, že výrok je vždy pravdivý. Výrokem je však i oznamovací věta nepravdivá. Oznamovací věta „Jedna a jedna rovná se pěti“ je výrokem. Jde o oznamovací větu, která srozumitelně oznamuje něco co je nepravdivé. Tuto oznamovací větu lze zapsat místo slov číselnými symboly „ $1 + 1 = 5$ “. Zápis je různý, ale slovní vyjádření je stejné.

Věty „Přeskoč!“, „Kolik je hodin?“ nejsou výrokem, neboť nejde o oznamovací věty. Na druhé straně oznamovací věta „Kočka je násobkem psího ocasu“ není výrokem neboť srozumitelně nic neoznamuje.

Jak zjišťujeme pravdivost, anebo nepravdivost výroků? Je zřejmé, že na základě svých životních zkušeností, z odborné literatury, dnes i z Internetu a na základě informace od věrohodných osob. I zde však vidíme, že by mohlo dojít k omylu. Jeden ze známých příkladů jsou dějiny, kdy například vynález knihtisku je v různé literatuře uváděn různým datem. Říká se, že kriteriem pravdy je praxe. Jak však zde například rozhodnout o pravdivosti data vynálezu knihtisku praxí.

Negace výroku

Podívejme se na negaci výroku.

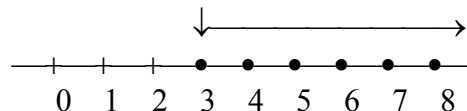
Jestliže označíme určitý výrok písmenem q , pak výrok „Není pravda, že q “ nazýváme **negací výroku q** .

Slovo negace je odvozeno z latinského slovesa *negare* což znamená popřít. Výrok „Praha je hlavním městem České republiky“ popřeme neboli negujeme „Není pravda, že Praha je hlavním městem České republiky“. V matematických symbolech „Není pravda, že $1 + 1 = 5$ “. Vidíme, že z pravdivého výroku se negací stal výrok nepravdivý a z nepravdivého pravdivý. Negaci výroku vyjadřujeme tak zvaným zkráceným způsobem. Mám bílý svetr. Není pravda, že mám bílý svetr. Zkrácený způsob :Nemám bílý svetr. Zde se můžeme dopustit chyby. Mohli bychom výrok „Mám bílý svetr“ negovat „Mám modrý svetr“, ale to není negace výroku „Mám bílý svetr“. Uvedu-li výrok „ $6 > 2$ “, pak negace je „Není pravda, že $6 > 2$ “ a zkrácený způsob je „ $6 \leq 2$ “. Tedy nikoliv „ $6 < 2$ “.

Shrneme-li vše do závěru pak: „**Jestliže se uvádí ve výroku jedna z několika možností, musí jeho negace zahrnovat všechny ostatní možnosti.**“.

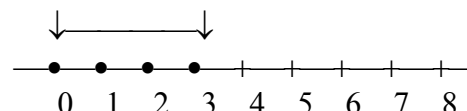
V některých výrocích se udává **počet nebo odhad počtu osob, věcí, matematických objektů** a podobně, které mají jistou vlastnost. Jde o údaje vyjádřené slovy: aspoň jeden, aspoň dva, aspoň tři, atd., právě jeden, právě dva, právě tři, atd., nejvýše jeden, nejvýše dva, nejvýše tři, atd., každý, všichni, žádný. Vysvětlíme si stručně význam těchto slov aspoň, právě, nejvýše, každý, všichni, žádný. Využijeme znalostí o nule a přirozených číslech a jejich znázornění na číselné ose.

Aspoň třiznamená 3 a více



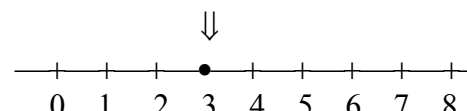
Obr. 1

Nejvýše tři ...znamená 0, 1, 2, 3
a ne více



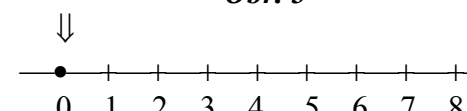
Obr. 2

Právě třiznamená 3 a ne více
a ne méně



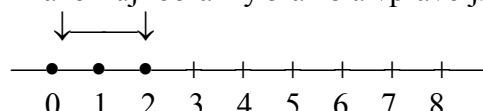
Obr. 3

Žádný.....znamená 0 a ne více



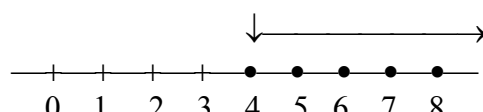
Obr. 4

Výše uvedené výroky můžeme negovat pomocí slov „Není pravda, že.....“ nebo můžeme použít výše uvedené věty : „Jestliže se uvádí ve výroku jedna z několika možností, musí jeho negace zahrnovat všechny ostatní možnosti.“ a pak negace výroků znázorněných na obrázcích 1 až 4 udávají počty osob nebo věcí, které nejsou znázorněny černou tečkou. Tyto případy znázorňují obrázky 5 až 8 a vpravo jsou vyjádřeny slovy.



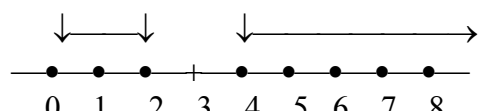
Obr. 5

0, 1, 2 a ne více nejvýše dva



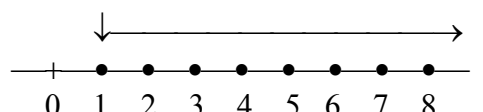
Obr. 6

4 a víceaspoň čtyři



Obr. 7

0, 1, 2 nebo 4 a více ...nejvýše dva nebo aspoň čtyři



Obr. 8

1 a víceaspoň jeden

Uved'me si několik příkladů na negace výroků.

Příklad 1:

1)

Aspoň čtyři žáci měli vyznamenání. Negace je „Není pravda, že aspoň čtyři žáci měli vyznamenání.“ nebo „Nejvýše tři žáci měli vyznamenání.“

2)

Nejvýše pět dní byla teplota pod bodem mrazu. Negace je „Není pravda, že nejvýše pět dní byla teplota pod bodem mrazu.“ nebo „Aspoň šest dní byla teplota pod bodem mrazu.“

3)

Právě čtyři dni pršelo. Negace je „Není pravda, že právě čtyři dni pršelo.“ nebo „Nejvýše tři dni nebo aspoň pět dní pršelo.“

Pozor! Problémy jsou s negacemi výroku se slovy žádný nebo všichni.

4)

Jestliže mám výrok „Žádné dítě nemá kašel.“, znamená to vlastně, že „Žádné dítě má kašel.“. Počet dětí, které mají kašel je tedy nula a negace je „Není pravda, že žádné dítě má kašel.“ nebo dle obr. 8 „Aspoň jedno dítě má kašel.“

5)

Negací výroku „Každé okno je zavřené.“ není výrok „Každé okno není zavřené.“ tedy „Všechna okna jsou otevřená“, ale „Aspoň jedno okno je otevřené“.

Další problémy jsou se slovy někdo, kdosi, nejméně, bezmála, a podobně. Tato slovy musíme nejdříve „přeložit“ do matematického jazyka, do matematické frazeologie. Například:

6)

Někdo, kdosi „přeložíme“ jako „aspoň jeden“. Tedy výrok „Kdosi zatleskal.“ přeložíme jako „Aspoň jeden zatleskal.“ a negace je podle obr. 1 „Žádný zatleskal.“, tedy v běžné řeči „Žádný nezatleskal“.

7)

Nejméně „přeložíme“ jako aspoň. Tedy výrok „Nejméně dva dny bude nemocný.“ přeložíme „Aspoň dva dny bude nemocný.“. Negace tohoto výroku je tedy „Nejvýše jeden den bude nemocný.“

8)

Bezmála dle Slovníku spisovné češtiny znamená skoro, málem, téměř. Všechna tato slova „přeložíme“ jako nejvýše. Výrok „Bezmála dvacet let zde stojí tato budova.“ přeložíme „Nejvýše dvacet let zde stojí tato budova.“ a to negujeme a dostaneme výrok „Aspoň dvacet jedna let zde stojí tato budova.“

Složený výrok

Negaci daného výroku považujeme za složený výrok, který je utvořen z daného výroku tak, že je nepravdivý, když je daný výrok pravdivý a je pravdivý, když je daný výrok nepravdivý.

Dále můžeme skládat výroky tak, že z oznamovacích vět budeme tvořit souvětí. Nejdříve budeme skládat dvě oznamovací věty.

Složený výrok, který je ze dvou daných výroků utvořen tak, že je pravdivý právě tehdy, když oba výroky jsou pravdivé, se nazývá **konjunkce** daných výroků.

Příklad 2:

Souvětí *Praha je hlavní město České republiky a Bratislava je hlavní město Slovenské republiky* je složeno ze dvou oznamovacích vět spojené spojkou *a*. Z hlediska české mluvnice jde o souvětí souřadné, věty jsou spojeny souřadící spojkou *a*. Složený výrok je pravdivý, právě tehdy, když oba výroky jsou pravdivé.

Souvětí *Praha je hlavní město České republiky a Bratislava je hlavní město Polské republiky* je nepravdivé.

Obdobně můžeme použít k psaní vět i matematickou symboliku. I zde jde o souvětí, zapsané poněkud netradičně. $1 + 1 = 2$ a $3 < 7$ je souvětí souřadné a jako složený výrok dvou oznamovacích vět je pravdivé.

Řekneme-li o určitém trojúhelníku, že *Trojúhelník ABC je pravoúhlý a rovnoramenný*, považujeme tento výrok za pravdivý pouze v tom případě, že má trojúhelník obě uvedené vlastnosti, tzn. , že oba výchozí výroky *Trojúhelník ABC je pravoúhlý*, *Trojúhelník je rovnoramenný* jsou pravdivé. V každém jiném případě je tento složený výrok nepravdivý.

Složený výrok, který je ze dvou daných výroků utvořen tak, že je pravdivý právě tehdy, když je pravdivý aspoň jeden z daných výroků, se nazývá **disjunkce**.

Příklad 3:

Souvětí *Alena plave v bazénu nebo Alena se opaluje* je složeno ze dvou oznamovacích vět, souvětí lze upravit *Alena plave v bazénu nebo se opaluje*. Jde o souvětí souřadné, věty jsou spojeny souřadící spojkou *nebo*. Tento složený výrok je pravdivý, právě tehdy, když je pravdivý aspoň jeden z daných výroků. Netradiční matematický zápis souřadného souvětí dvou oznamovacích vět $3 - 1 = 3$ nebo $6 > 3$ je složený výrok a je pravdivý, neboť aspoň jeden z daných výroků je pravdivý.

Řekneme-li o určitém trojúhelníku, že *Trojúhelník ABC je pravoúhlý nebo rovnoramenný*, považujeme tento výrok za pravdivý pouze v tom případě, že má trojúhelník aspoň jednu uvedenou vlastnost, tzn. , že aspoň jeden z výchozích výroků *Trojúhelník ABC je pravoúhlý*, *Trojúhelník je rovnoramenný* je pravdivý. V každém jiném případě je tento složený výrok nepravdivý. Trojúhelník může být jenom pravoúhlý, jenom rovnoramenný, může mít vlastnosti obě.

V českém jazyku lze použít i spojky, které jsou v každé větě. Jsou to spojky dvojité. Jde například o spojovací výraz *bud'-nebo*.

Složený výrok, který je ze dvou daných výroku utvořen tak, že je pravdivý právě tehdy, když je pravdivý právě jeden z daných výroků se nazývá **ostrá disjunkce** někdy též **vylučovací disjunkce**.

Příklad 4:

Budu-li například oznamovat v dopise sdělení *Ve škole se učíme psát dopisy na počítači nebo na psacím stroji*, tak přesněji bych měl napsat, že *Ve škole se učíme psát dopisy bud' na počítači nebo na psacím stroji*, neboť určitě nepíšeme dopis současně na počítači a na psacím stroji.

Obdobně jde o oznamovací věty *Jan spí nebo se učí*, *Karel se koupe nebo bruslí*. Určitě mají znít *Jan bud' spí nebo se učí*, *Karel se bud' koupe nebo bruslí*.

Řekneme-li o určitém trojúhelníku, že *Trojúhelník ABC je bud' pravoúhlý nebo rovnoramenný*, považujeme tento výrok za pravdivý pouze v tom případě, že má trojúhelník právě jednu uvedenou vlastnost, tzn. , že právě jeden z výchozích výroků *Trojúhelník ABC je pravoúhlý*, *Trojúhelník je rovnoramenný* je pravdivý. V každém jiném případě je tento složený výrok nepravdivý. Trojúhelník může být jenom pravoúhlý, jenom rovnoramenný, nemůže mít vlastnosti obě.

Místo spojek *bud'-nebo*, používáme někdy spojek *bud'-anebo*.

Složený výrok, který je utvořen ze dvou výroků, které jsou dány v určitém pořadí tak, že je nepravdivý právě tehdy, když první z nich je pravdivý a druhý nepravdivý, se nazývá **implikace** daných výroků v daném pořadí. V ostatních případech je výrok pravdivý.

Příklad 5:

V našem případě nás budou zajímat dvě oznamovací věty, které jsou v souvětí podřadném. Věty jsou na sebe závislé jak obsahově, tak mluvnicky. Jde o souvětí podřadné s vedlejší větou příslovečnou podmínkovou. Věta hlavní začíná spojkou *jestliže*, věta vedlejší spojkou *pak*. V matematice se používají spojky *jestliže-pak*. V matematice lze použít i spojku *když* a spojka *pak* se vynechá.

Implikací jsou například věty: *Jestliže je trojúhelník rovnostranný, pak obsahuje vnitřní úhel o velikosti 60 stupňů. Jestliže prší, pak je mokro.* V tomto případě je složený výrok pravdivý. Jestliže změním pořadí vět: *Jestliže trojúhelník má vnitřní úhel o velikosti 60 stupňů, pak je rovnostranný, Jestliže je mokro, pak prší* pak vidím, že jde o jinou situaci, neboť trojúhelník může mít vnitřní úhel 60 stupňů a nemusí být rovnostranný a může být mokro a nemusí pršet, třeba mohu zalévat.

Uvedu složený výrok *Jestliže bude venku ve stínu 30 stupňů Celsia tepla, pak já půjdu na koupaliště.* Je venku 30 stupňů Celsia tepla ve stínu, jsem na koupališti, tak mluvím pravdu. Je venku 30 stupňů Celsia tepla ve stínu, nejsem na koupališti, tak mluvím nepravdu. Není venku 30 stupňů Celsia ve stínu ve stínu, nejsem na koupališti, tak mluvím pravdu. Není venku 30 stupňů Celsia tepla ve stínu, jsem na koupališti, tak mluvím také pravdu. Moje činnost je podmíněna podmínkou 30 stupňů Celsia tepla ve stínu.

Složený výrok, který je utvořen ze dvou výroků tak, že je pravdivý právě tehdy, když jsou buď oba výroky pravdivé nebo oba nepravdivé, se nazývá **ekvivalence** daných výroků.

Příklad 6:

U souvětí podřadném s vedlejší větou příslovečnou podmínkovou, kde lze zaměnit větu hlavní s větou vedlejší a pravdivost složeného výroku zůstane zachována jde o případ ekvivalence.

V souvětí *Jestliže $6 > 3$, pak $-6 < -3$* zaměníme větu hlavní za větu vedlejší a dostaneme *Jestliže $-6 < -3$, pak $6 > 3$.* Vidíme, že oba složené výroky jsou pravdivé. Mohu tedy říci matematickou frazeologií *$6 > 3$ právě, když $-6 < -3$.* Místo spojky *právě, když* matematika používá i spojek *právě tehdy, když, někdy tehdy a jen tehdy.*

Výrokový počet

Výroky můžeme skládat nejen dva, ale i výroků více. Dostáváme složité složené výroky. Zavedeme si matematický „aparát“, který nám usnadní zjišťování pravdivosti resp. nepravdivosti těchto výroků.

Zavedeme si výrokovou proměnnou za kterou budeme dosazovat libovolný výrok. Výrokovou proměnnou budeme zapisovat písmeny malé abecedy. Pro spojování dvou výroků slova nahradíme znaky, dostaneme **logické spojky** a jejich symboly.

typ složeného výroku	slovní vyjádření spojky	zápis symbolu spojky
negace	není pravda, že	$\neg$
konjunkce	a	$\wedge$
disjunkce	nebo	$\vee$
implikace	jestliže, pak	$\Rightarrow$
ekvivalence	právě když	$\Leftrightarrow$

Poznámka: Pro jednoduchost jsme vynechali ostrou disjunkci

Zavedeme si **abecedu výrokového počtu**.

Abeceda výrokového počtu obsahuje tyto znaky:

- písmena malé abecedy jako znaky pro výrokové proměnné,
- znaky pro logické spojky $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$,
- závorky jako pomocné znaky.

Zavedeme pojem **výroková formule**:

- 1) Každá výroková proměnná je výroková formule,
- 2) jestliže α , β jsou výrokové formule, pak $\neg\alpha$, $\neg\beta$, $\alpha\wedge\beta$, $\alpha\vee\beta$, $\alpha\Rightarrow\beta$, $\alpha\Leftrightarrow\beta$ jsou výrokové formule,
- 3) jiný zápis není výrokovou formulí.

Příklad 7:

Výrokové formule: $\neg(a\wedge b)$, $(\neg a \wedge b) \vee (a\Rightarrow b)$, atp.

Pravdivostní hodnota výroku

Ke každému výroku přiřadíme právě jedno z čísel 0,1, tak **zvanou pravdivostní hodnotu výroku** takto: pravdivý výrok má pravdivostní hodnotu 1, nepravdivý výrok má pravdivostní hodnotu 0.

Pod jednotlivé znaky výroků a znaků pro logické spojky budeme zapisovat pravdivostní hodnotu výroku a dostaneme **tabulku pravdivostních hodnot** pro výrokovou formuli:

Příklad 8:

$$\neg(a \wedge b)$$

0	1	1	1
1	1	0	0
1	0	0	1
1	0	0	0

U některých výrokových formulí se ve výsledném sloupci (v příkladu 24 vyznačen tučně) tabulky pravdivostního ohodnocení vyskytují pouze jedničky. Znamená to, že taková výroková formule se stává pravdivým výrokiem, dosazujeme-li za všechny její výrokové proměnné jakékoliv výroky bez ohledu to, zda jsou pravdivé nebo ne. Těmto formulím říkáme **tautologie**.

Příklad 9:

$(a \Rightarrow b)$	$\Leftrightarrow$	$(\neg a) \vee b$
1 1 1	1	0 1 1 1
1 0 0	1	0 1 0 0
0 1 1	1	1 0 1 1
0 1 0	1	1 0 1 0

Jedná se o tautologii. Podíváme-li se na příklad z běžného života, můžeme výrok $a \Rightarrow b$ nahradit jiným výrokiem $(\neg a) \vee b$. Výrok *Jestliže vyběhneš dříve, pak budeš vyloučen* můžeme nahradit výrokiem *Nevybíhej dříve nebo budeš vyloučen*.

Říkáme, že výrokové formule α , β jsou navzájem **logicky ekvivalentní** právě když výroková formule $\alpha \Leftrightarrow \beta$ je tautologií.

Pravidla správných úvah

Budeme říkat, že úvaha je **správná** právě v tom případě, když z pravdivých předpokladů vyplývá na základě tabulek pravdivostních hodnot vždy pouze jen pravdivý závěr.

Příklad 10:

Vyslovme úvahu:

Jestliže je číslo sudé, pak je dělitelné dvěma}

<u>Číslo je sudé</u>	}	<u>předpoklady</u>
Je dělitelné dvěma		závěr

Určíme-li logickou stavbu výroku vyskytující se v této úvaze dostaneme schéma:

$a \Rightarrow b$
<u>a</u> <u>předpoklady</u>
b závěr

Tabulka pravdivostních hodnot:	$[(a \Rightarrow b) \wedge a] \Rightarrow b$						
	1	1	1	1	1	1	1
	1	0	0	0	1	1	0
	0	1	1	1	1	1	1
	0	0	0	0	0	1	0

Oba výroky tvořící předpoklady úlohy (tj. $a \Rightarrow b$ i a) jsou pravdivé. V obou těchto případech je závěr b pravdivý. (Řádek první a třetí.) Jde o tak zvané **odvozovací pravidlo**. Toto odvozovací pravidlo se nazývá **pravidlo odloučení** (modus ponens).

Vyslovme úvahu: Jestliže budu mít čas, pak půjdu na tenis

Neměl jsem čas
Nešel jsem na tenis

Schéma odpovídající úvaze je následující: $a \Rightarrow b$

$\neg a$
 $\neg b$

Tabulka pravdivostních hodnot :

$[(a \Rightarrow b) \wedge \neg a] \Rightarrow \neg b$						
1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	1

V tabulce vidíme, že oba předpoklady ($a \Rightarrow b$, $\neg a$) jsou současně pravdivé, ale závěr ($\neg b$) může být jak pravdivý, tak nepravdivý. Tato úvaha není pravidlem správných úvah.

Podíváme se ještě na další odvozovací pravidla:

Pravidlo negace (modus tollens) $a \Rightarrow b$
 $\neg b$
 $\neg a$

Pravidlo kontrapozice $a \Rightarrow b$
 $\neg b \Rightarrow \neg a$

Pravidlo sylogismu $a \Rightarrow b$
 $b \Rightarrow c$
 $a \Rightarrow c$

Pravidlo disjunkce předpokladů $a \Rightarrow c$
 $b \Rightarrow c$
 $a \vee b \Rightarrow c$

Jsou ještě další pravidla, které není nutné uvádět.

Výroková forma

Nyní se budeme zabývat sděleními, které na první pohled vypadají jako výroky, která však za výroky považovat nemůžeme. Například $x > 7$, $y + 5 = 10$, číslo x je liché, pan x je obyvatelem Litoměřic, atp. Podívejme se na sdělení $x > 7$. Nemá smysl se ptát zde je pravdivé, či nepravdivé. Důvod je ve výskytu **proměnné x** . Pokud za proměnnou x dosadíme číslo 9, obdržíme pravdivý výrok $9 > 7$. U každé proměnné je třeba znát množinu **M** z které za proměnnou dosazujeme. Představujme si, že proměnná vždy za sebou táhne vozíček s prvky množiny **M** , které se za proměnnou **dosazují**. Této množině říkáme **obor proměnné**.

Sdělení mohou mít i více proměnných například $x < y$, $a + b + c = 11$, Pan x je obyvatelem města y , atp.

Všechna tato sdělení nazýváme **výrokové formy**. Charakteristické pro ně je, že obsahují aspoň jednu proměnnou a že po vhodném dosazení za všechny proměnné vznikne výrok.

Podíváme se na slovo vhodné dosazení. Asi těžko oborem proměnné ve výrokové formě $x < 10$ bude množina obyvatel České republiky, ale určitě půjde o čísla.

Příklad 11:

V učebnici pro 1. ročník základní škola je tato úloha:

$$\square < 5 \quad | \quad 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$$

Podtrhněte čísla, která dají pravdivý zápis.

Jde o výrokovou formou s oborem proměnných přirozených čísel $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

Obor proměnných se nám rozdělí na **obor pravdivosti**, to jsou čísla 1, 2, 3, 4 a obor **nepravdivosti**, to jsou čísla 5, 6, 7, 8.

Pokud se objeví pojem **proměnné a oborem proměnné jsou čísla**, tak docházíme k **funkčnímu myšlení**. Lze říci, že základním pojmem funkčního myšlení je pojem proměnné. Na 1. stupni základní školy sledujeme závislost dvou proměnných. Tak zvanou nezávisle proměnnou, kterou můžeme libovolně měnit a závisle proměnnou, která je závislá na námi libovolně zvolené nezávisle proměnné.

Příklad 12:

1 kg brambor stojí 9 Kč. Kolik stojí 2, 3, 4, 5, 6 atd kilogramů brambor.

Řešení této úlohy můžeme znázornit tabulkou:

Počet kg brambor x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Cena v Kč y	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99

Vzorcem: $y = 9x$

Grafem přímé úměrnosti: Narýsujte sami

Příklad 13:

Zjisti závislost mezi druhým sčítancem a součtem, pokud první sčítanec je stále stejný:

$$7 + x = y$$

Tabulka:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Vzorec: $y = x + 7$

Graf: Narýsujte sami.

Vidíme, že logické a funkční myšlení spolu úzce souvisí, neboť pojem proměnné a výrokové formy je součástí matematické logiky.