

Motivace ve vyučování matematice.

Slovník spisovné češtiny pro školu a veřejnost, Praha, Academia, 1978 vymezuje pojem **motiv** jako pohnutku vědomého jednání, podnět. V publikaci *Martin M., Waltmanová C. Jak řešit problémy dětí se školou, Praha, Portál, 1997, ISBN 80-7178-125-8* je pojem motivace vymezen: **Motivace je ochota vynaložit určité úsilí v zájmu dosažení nějakého cíle.** V dané publikaci jsou uvedeny projevy nedostatku motivace. Jedná se o nudu, lajdáctví, lenost, otálení a nezájem. Nikdo z učitelů ani rodičů určitě nemá zájem o tyto projevy žáků. Z našeho pohledu především učitelé musí být těmi, kteří žáky motivují, protože vhodná motivace může vyvolat a udržovat zájem žáka o v našem případě o předmět matematika, o určitou učební činnost či o učení vůbec.

Z psychologického hlediska je motivace vnější podnět, který se v psychice odráží jako určité napětí (tenze). Toto napětí zvyšuje citlivost psychiky na určité podněty, usměrňuje zájem na určitou zážitkovou oblast. Motivace implikuje vnímavější vyhledávání, přžívání a registraci zážitků z vyčleněné oblasti. Dochází k množení různých zážitků, k jejich narůstání a zvětšování kvantity. Každý zážitek se stává modelem toho, co v budoucnu bude poznatek.

Motivace musí být neustálá, motivovat nestačí na začátku vyučovacího procesu. Úkolem **počáteční motivace** je vzbuzení zájmu a aktivity jedince a nasměrování ho k cíli. **Průběžná motivace** má za úkol udržovat počáteční aktivitu a **výsledná motivace** se objevuje po dosažení cíle. V případě úspěchu se zvyšuje celková úroveň motivace, v případě neúspěchu dochází ke snížení úrovně motivace. Motivace aktivizuje žáka a pozitivně podněcuje jeho výkonnost.

V publikaci *Lokšová, I., Lokša, J. Pozornost, motivace, relaxace a tvořivost dětí ve škole, Praha, Portál, 1999, ISBN 80-7178-205-X* jsou uvedeny hlavní motivační činitelé a to **činitelé vnější**: potřeba výkonu, potřeba vyhnout se neúspěchu a dosažení úspěchu, poznávací potřeby a zájmy, sociální potřeby (potřeba pozitivního vztahu a prestiže) a **činitelé vnější**: školní známky, odměna a trest, vztah žáka k jiným lidem.

Motivaci lze rozdělit na vnitřní a vnější. **Vnitřní motivace** spočívá v tom, že žák vykonává určitou činnost jen kvůli ní samé, bez toho, aniž by očekával nějaké ocenění, pochvalu nebo jinou odměnu. Žák vnitřně motivovaný k učení dělá tuto činnost ochotně, protože ho těší a uspokojuje. **Vnější motivace** je typická tím, že žák se neučí z vlastního zájmu, ale pod vlivem vnějších motivačních činitelů.

Pro žáky 1. stupně základní školy je typická především vnější motivace. Učitel však postupně vede žáky k tomu, aby od motivace vnější postupně přecházeli na motivaci vnitřní. Zvláště matematika nám umožňuje ukázat žákům její potřebu v běžném životě. Žákům lze předkládat úlohy, ve kterých žáci řeší situace z praktického života.

Možnosti motivace žáků dle různé literatury jsou mnohostranné. Podívejme se na některé metody motivace, které lze využít ve vzdělávací oblasti matematika a její aplikace.

- a) **zajímavé úlohy** – úlohy ve kterých žáci nachází objevování, tajuplnost,
- b) **samostatná, tvůrčí a objevitelská činnost žáků** – žáci zkoumají a objevují,
- c) **soutěže a matematické hry,**
- d) **odměny a tresty,**
- e) **hodnocení a sebehodnocení žáků** – žáci hodnotí práci svých spolužáků a hodnotí i sami sebe,
- f) **tvorba synektického klimatu** – vytvoření atmosféry vedoucí k rozvoji nových nápadů, povzbuzování, aktivity, hledání, produkce a humoru,
- g) **aktuálnost** – žáci řeší úlohy, které vychází z jejich zkušeností a jsou odrazem současného života.

• — — — — — , — — — — — , — — — — — .

2.

Od čísla 6023 odečti to, které je ukryto v krátkém povídání o medvědovi Medvědice zavětrila v doupěti a vyběhla ven. Hned se zase vrátila zpět.

Řešení:

Medvědice zavětrila v doupěti a vyběhla ven. Hned se zase vrátila zpět.
(6023 – 2355).

Samostatná, tvůrčí a objevitelská činnost žáků :

Motto: Matematika není divácká disciplína, žáci musí více produkovat než reprodukovat.

Chceme, aby žáci byli vtaženi do vlastní činnosti při výuce matematiky. Podívejme se na reverzní čísla a jejich zajímavé vlastnosti.

Definice : Necht' přirozené číslo a má rozvinutý zápis v oboru přirozených čísel a nuly v desítkové číselné soustavě

$a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + a_{n-2} \cdot 10^{n-2} + a_{n-3} \cdot 10^{n-3} + \dots + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0$, kde $0 \leq a_i < 10$ ($i = 0$ až n), pak přirozené číslo $\bar{a}$ s rozvinutým zápisem

$a_0 \cdot 10^n + a_1 \cdot 10^{n-1} + a_2 \cdot 10^{n-2} + a_3 \cdot 10^{n-3} + \dots + a_{n-1} \cdot 10^1 + a_n \cdot 10^0$ se nazývá číslo reverzní (obrácené) k číslu a .

Například: Je dáno přirozené číslo 23067, číslo 76032 je reverzním (obráceným) číslem k číslu 23067 a samozřejmě i obráceně. Pozor na terminologii. Něco jiného je číslo opačné než číslo obrácené.

V úvodu se budeme zabývat reverzními čísly dvoucifernými. Vysvětlíme žákům pojem reverzní číslo. K číslu 28 je reverzní číslo 82. Domluvíme se, že jednociferná čísla budeme zapisovat s nulou na místě desítek. Například reverzním číslem k číslu 08 bude číslo 80 a obráceně reverzním číslem k číslu 80 bude 08.

Požádáme žáky, aby si napsali libovolné dvouciferné číslo. Dále aby k tomuto číslu napsali číslo reverzní. Dále, aby od většího dvouciferného čísla z těchto dvou odečetli jeho číslo reverzní. Žáci vyzveme, aby pokračovali v psaní libovolných dvouciferných čísel a stále odečítali jejich menší reverzní čísla a hlavně pozorovali zda nedojdou k nějakému zajímavému výsledku. Žáci pracují samostatně a neznají k jakému obecnému závěru, k jakému cíli mají dojít. Prof. Jan Kopka z ústecké univerzity tento typ úloh nazývá zkoumáním. Najednou některý z žáků si všimne, že všechny výsledky jsou násobky devíti. Může zakřičet řecky „Heureka!“ – česky „Našel jsem!“. Pracujeme tedy tak zvanou heuristickou metodou. Současně využíváme intuici. Žák na základě svých zkušeností, neboť musí znát násobilku devíti, přišel na to, že jde o násobky devíti. Žák intuicí, vlastně vyšším stupněm indukce dospěl k určitému závěru. Žákům položíme další úkol. Trochu jim pomůžeme a požádáme je, aby sledovali dvouciferná čísla, která odčítají a násobky devíti ke kterým došli. Opět se určitě najde žák, resp. žáci, kteří dojdou k závěru, že jde o násobky devíti rozdílu čísel, která jsou zapsaná příslušnými číslicemi daného čísla.

Například : K číslu 82 je reverzním číslem 28. $82 - 28 = 54$. Opravdu $8 - 2 = 6$ a $6 \cdot 9 = 54$.

Provedeme žáků důkaz proč tomu tak je: $a > \bar{a}$, $a = 10 \cdot x + y$, $\bar{a} = 10 \cdot y + x$, pak $a - \bar{a} = 10 \cdot x + y - (10 \cdot y + x) = 10 \cdot x + y - 10 \cdot y - x = 9 \cdot x - 9 \cdot y = 9(x - y)$.

Nyní žákům ukážeme tak zvanou prstovou násobilku devíti. Jednociferné číslo, kterým násobíme devíti vyznačíme na prstech u obou rukou. Například násobíme $7 \cdot 9$, pak označíme sedmý prst z položených deseti prstů obou rukou vedle sebe na stole. Výsledek přečteme na položených prstech. Počet desítek je počet prstů od sedmého prstu vlevo a počet jednotek je počet prstů od sedmého prstu vpravo. Tedy 63. Tato prstová násobilka platí i pro násobení číslem jedna.

Nyní se budeme zabírat čísly trojčifernými. Vytváříme dle Prof. Jana Kopky tak zvané hrozny problémů. Opět se dohodneme, že k jednocifernému číslu např. 3 je reverzním trojčiferným číslem číslo 300 a k číslu 300 je reverzním trojčiferným číslem číslo 003. K číslu například 27 je reverzním trojčiferným číslem číslo 720 a k číslu 720 je reverzním trojčiferným číslem číslo 027. Opět budeme chtít na žácích aby odčítali od sebe navzájem trojčiferná reverzní čísla, která k sobě patří a to vždy od většího menší. Budeme zase chtít najít co je zajímavé. Žák, či žáci dojdou k závěru, že výsledkem je vždy násobek čísla 99 a při dalším zkoumání zjistí, že jde o násobek rozdílu čísel zapsaných první a poslední cifrou většího k sobě patřících reverzních čísel. Opět provedeme matematický důkaz proč tomu tak je: $a > \bar{a}$, $a = 100 \cdot x + 10 \cdot y + z$, $\bar{a} = 100 \cdot z + 10 \cdot y + x$, pak

$$a - \bar{a} = 100 \cdot x + 10 \cdot y + z - (100 \cdot z + 10 \cdot y + x) = 100 \cdot x + 10 \cdot y + z - 100 \cdot z - 10 \cdot y - x = 99 \cdot x - 99 \cdot z = 99(x - z).$$

Zde žáky požádáme jak je možné zapsat 99, aby bylo možné násobit 100, neboť to dobře umíme. Žáci doporučí 99 zapsat jako $(100 - 1)$. A přijdou i sami na to, jak násobit 99, například $99 \cdot 7 = (100 - 1) \cdot 7 = 7 \cdot 100 - 7 \cdot 1 = 700 - 7 = 693$. Násobíme tedy stem a odečítáme počet jednotek.

Mohou pokračovat obecně i rozdílem čtyřciferných reverzních čísel, ale zde již uvidí, že písemné odečtení je rychlejší než obecně odvozený předpis.

$$a > \bar{a}, a = 1000 \cdot x + 100 \cdot y + 10 \cdot u + z, \bar{a} = 1000 \cdot z + 100 \cdot u + 10 \cdot y + x, \text{ pak}$$

$$\begin{aligned} a - \bar{a} &= 1000 \cdot x + 100 \cdot y + 10 \cdot u + z - (1000 \cdot z + 100 \cdot u + 10 \cdot y + x) = \\ &= 1000 \cdot x + 100 \cdot y + 10 \cdot u + z - 1000 \cdot z - 100 \cdot u - 10 \cdot y - x = \\ &= 999 \cdot x + 90 \cdot y - 90 \cdot u - 999 \cdot z = 999 \cdot (x - z) + 90 \cdot (y - u). \end{aligned}$$

$$\text{Například: } 4853 - 3584 = 999 \cdot 1 + 90 \cdot 3 = 999 + 270 = 1269$$

Dále přistoupíme k reverzním číslům, která jsou navzájem stejná. Nazýváme je palindromy, neboť se čtou stejně odpředu i odzadu. Známy palindromy v českém jazyce jsou věty: „Kobyla má malý bok“, „Jelenovi pivo nelej“ nebo „I zeman ležel na mezi“. U první věty nerespektujeme délku souhlásek. V matematice jsou zajímavé čtyřciferné palindromy. Řekneme žákům, aby si vypsali podle velikosti určitý počet, záleží na nich jak velký počet, čtyřciferných palindromů. Opět jim položíme otázku, zda na těchto palindromech není něco zajímavého. Nejmenším čtyřciferným palindromem je číslo 1001. Další čtyřciferné palindromy jsou podle velikosti čísla 1111, 1221, 1331, 1441, 1551, atd. Číslo 1001 je dělitelné číslem 11. Každé následující číslo je o 110 větší. Vzdálenost čísel je 110. Číslo 1001 je násobkem čísla 11, rozdíly (vzdálenosti) jsou také násobkem čísla 11, musí být tedy každý následující palindrom také násobkem čísla 11, respektive je dělitelný 11. Došli jsme k závěru, že vzdálenost čtyřciferných palindromů je 110, ono tomu však vždy tak není. Pokud se při přechodu od jednoho palindromu k dalšímu změní číslice na místě tisíců, pak je difference jiná. Žáci přijdou na to, že vzdálenost těchto palindromů je 11. Číslo 11 je také násobkem čísla 11 (je dělitelné 11). Je tedy vše v pořádku a ukázali jsme si, že čtyřciferné palindromy jsou násobkem čísla 11. Další dotaz pro žáky by byl: „Kolik je všech čtyřciferných palindromů?“. Správná odpověď je 90. Žáci určitě přijdou na systém jak počet čtyřciferných palindromů určit.

Dělitelnost čtyřciferných palindromů snadno dokážeme velmi jednoduchým důkazem. Zapišeme libovolný čtyřciferný palindrom ve tvaru $abba$, kde a, b jsou číslice v desítkové soustavě. Provedeme rozvoj tohoto čísla v desítkové soustavě $abba = 1\,000a + 100b + 10b + a = 1001a + 110b = 11(91a + 10b)$. Závěr ukazuje, že palindrom $abba$ je dělitelný 11 (resp. je násobkem čísla 11).

Soutěže a matematické hry

1.

Téma: Násobení do 100 v oboru a mimo obor násobílek

Hra Bingo

Učitel zadá žákům nebo jim již připraví čtverec o rozměru například 6 x 6 čtvercových polí (lze volit i jiný počet čtverců např. 4 x 4, 5 x 5 nebo 7 x 7):

- Učitel pozvolna diktuje žákům 36 výsledků násobení a žáci zapisují do libovolného čtverce výsledek (lze volit i jiný počet např. 16 nebo 25 nebo 49).
- Učitel pozvolna diktuje žákům příklady na násobení a žáci příslušný výsledek úhlopříčně přeškrtnou. Žák, který má první vyplněn sloupec, řádek nebo úhlopříčku vykřikne BINGO a je vítěz..

Návrh příkladů:

3 . 7 = 21	4 . 10 = 40	4 . 3 = 12	9 . 1 = 9
7 . 4 = 28	9 . 3 = 27	2 . 16 = 32	6 . 6 = 36
10 . 5 = 50	5 . 5 = 25	9 . 5 = 45	9 . 6 = 54
8 . 8 = 64	7 . 7 = 49	7 . 6 = 42	3 . 11 = 33
10 . 9 = 90	6 . 5 = 30	2 . 12 = 24	4 . 4 = 16
6 . 2 = 12	4 . 4 = 16	3 . 3 = 9	1 . 1 = 1
7 . 8 = 56	9 . 4 = 36	8 . 7 = 56	
2 . 4 = 8	14 . 2 = 28	9 . 9 = 81	
13 . 3 = 39	5 . 8 = 40	10 . 10 = 100	
5 . 2 = 10	7 . 10 = 70	3 . 0 = 0	

2.

Téma: Složitější výrazy

Šifrovaná

U	3 . 15	
I	48 - 30	
N	88 + 12	
A	(100 - 10 . 9) - 1	
Z	2 . 2 . 100	Δ
V	140 - 130	■
T	1000 - 2 . 250	
E	6 . 8 - 7	
R	3 . 70	
I	40 . 10 - 40	☺

Učitel dané výrazy napíše výrazně silnou fixkou na proužky tvrdého papíru a různě je schová tak, aby je žáci mohli přečíst. Žáci určí hodnotu výrazu. Hodnotu výrazu si pamatují spolu

s písmenem a kontrolním obrázkem a běží do své lavice zapsat k hodnotě výrazu příslušné písmeno a zakreslit do třetího řádku kontrolní obrázek. Po třídě chodí s rukama za zády, aby nemanipulovali s výrazy.

45	100	18	10	41	210	400	360	500	9

Vyhrává žák, který určí příslušný text (slovo, heslo, větu, atp.).

Kontrolní obrázky slouží k tomu, aby žáci nevyluštili tajenku, aniž by našli všechny výrazy.

A nyní se podíváme na některé drobné hry:

Jaké je to číslo?

Učitel napíše na zadní stranu tabule libovolné číslo. Děti se ptají: Je to číslo menší než 50. Je sudé. Atp. Učitel smí odpovídat pouze ANO, NE.

Matematika s gymnastikou.

Učitel zadá početní výkon. Například v 1. třídě s výsledkem do 5.

Výsledek 1- děti stojí na jedné noze, 2- na dvou nohách, 3- podpor ležmo na jedné ruce, 4- podpor ležmo na dvou rukách, 5- opřou hlavu o zem, 0- vyskočí.

Lze modifikovat i pro vyšší třídy. Například pokud vyjde číslo sudé nebo násobek tří, čtyř a pod. tak si děti třeba stoupnou pokud třeba seděly.

Číslo nás probudí

Děti leží na lavicích a dělají jako když spí. Učitel říká příklady i s výsledky. Když řekne výsledek špatně děti se probudí. Nebo když řekne výsledek násobek pěti nebo deseti, atp.

Utajená slova, utajené věty, šifrovaná

Hra s písmeny a čísly

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	13	13	14	15

P	Q	R	S	T	U	V	X	Y	Z
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Urči součet pro tato slova :

PES - $16 + 5 + 19 = 40$ KLOKAN ABECEDA LETADLO MATEMATIKA

Dokážeš najít nějaké slovo, jestliže znáš jeho součet ?

13 - HAD 28 -

Najdi slovo, kde je součet 100

Aktuálnost

Ve sběrných surovinách platí za výkup 1 kg novinového papíru 1 korunu, za výkup časopisů a kartonů 50 haléřů, za železný plech 3 koruny a za litinu 4 koruny za jeden kilogram. Měď se vykupuje za 85 korun, hliník 34 koruny a mosaz 55 korun za jeden kilogram.

- a) Přemýšlej, co bys mohl dát do sběru a kolik korun bys obdržel?
- b) Vymysli vlastní slovní úlohu na výkup surovin.

V novinách byla tato zpráva: „Přesně 380 kilogramů alobalu z obalů potravin nasbírali domažlické děti ve 13. ročníku soutěže o největší alobalovou kouli. Podařilo se jim o 20 kilogramů překonat loňský výsledek.“

- a) Kolik kilogramů alobalu nasbírali loni ?
- b) Sbíráš alobal nebo jej vyhazuješ do netříděného odpadu ?
- c) Proč je dobré sbírat alobal ?

Občané města Litoměřice platí za osobu za provoz systému shromažďování, sběru, přepravy, třídění, využívání a odstraňování komunálního odpadu 498 korun ročně.

- a) Kolik zaplatí v Litoměřicích čtyřčlenná rodina ?
- b) Kolik by zaplatila vaše rodina, když byste žili v Litoměřicích ?